

Le Certificat d'Etudes révisité



*Le Calcul selon
Jeannot*



Jean Alami

Note de l'auteur

L'« Université populaire » de Poissy présidée par Madame MEIER accueillit l'auteur en 2018 pour proposer un cycle de cours de Mathématiques qui soit à la portée du tout public.

C'est ainsi que fut créée une progression, selon un certain fil rouge, de 10 leçons qui font toutes appel, pour agrémenter un langage qui sinon serait austère, aussi bien à l'Histoire des sciences ou la Philosophie qu'aux faits réels et situations rencontrées dans notre monde contemporain : cela afin de mieux faire découvrir – voire redécouvrir – l'apport concret des Mathématiques, chaque jour, à commencer par le simple calcul pratique et mental.

Afin d'éclairer cette démonstration, l'auteur a orné chaque leçon d'illustrations – pour la plupart créées par ses soins – et fait appel à un jeu de couleurs de texte utilisées selon le contexte et s'est permis de même quelques pointes d'humour, en guise de respiration.

Ces 10 leçons ont été rassemblées dans le livret intitulé « *Mathématiques pour Nous* » disponible à la Médiathèque et bibliothèque de Poissy.

Afin d'apporter plus de variété encore à ses conférences à l'Université populaire, l'auteur s'est attelé à la confection de **10 nouveaux chapitres** qui devraient renvoyer cette fois-ci la plupart des auditeurs-lecteurs aux « joies » et souvenirs de l'école primaire : là encore, il s'agit de rafraîchir un socle de connaissances pratiques, propices aux calculs que tout le monde pourrait faire, sinon de tête, du moins sur un bout de papier, mais aussi comprendre qu'il est primordial de toujours savoir observer, à commencer par soi-même...

La création a été ici renforcée par l'invention de personnages et de fictions-historiettes qui là encore, suivent un certain fil rouge, afin de mieux se replonger – avec délice nous l'espérons un peu – dans la peau d'un ou d'une élève devant son livre de *calcul* comme celui de *leçons de choses* ou même d'*histoires*.

Ces leçons ne recèleront sans doute pas toute la richesse de certains de ces ouvrages cités, mais le parti pris fut de réaliser non seulement toutes les illustrations mais parmi elles, en tête de chaque leçon, une illustration maîtresse, en style « semi-naïf » assumé. Chaque énoncé – et son corrigé – repose alors sur deux pages illustrées (certes parfois un peu denses !) ; c'est en quelque sorte un *hommage* rendu à ces ouvrages qui étaient *illustrés manuellement avec soin par des dessins aux couleurs chatoyantes*.

Le livret, ainsi constitué qui en résulte contient donc deux parties : celle des énoncés et bien entendu, sa correspondante avec les corrigés, complétés toutefois par des commentaires en introduction de chaque corrigé.

Le **Certificat d'Études** est dit « *revisité* » car l'auteur, tout en revendiquant une certaine nostalgie, s'est appuyé sur des réalités et cas concrets de notre époque, pour venir démontrer que ce socle de connaissances, inspiré d'un certain passé, demeure toujours actuel et d'une grande utilité en bien des cas, chaque jour.

Note sur l'auteur :

Ingénieur, à la suite d'une double formation universitaire et en école d'ingénieurs, qui n'a jamais renié la possibilité de conjuguer l'amour des sciences avec celui de la création artistique ou intellectuelle.

Une carrière qui le fit évoluer de l'étude aérodynamique de la Fusée Ariane 5 ou celle des automobiles vers ensuite l'enseignement et la « médiation scientifique », pour un même goût de partager ou transmettre des connaissances : il en sortit un 1^{er} livret de vulgarisation scientifique « Les Bus Sciences de la Ville de Poissy ».

Mes remerciements restent toujours adressés, après ceux envers mes meilleurs maîtres(ses) et professeurs, tant à l'Université populaire de Poissy qu'à la Médiathèque de Poissy pour leur accueil.

Fait à Poissy, le 15 Juin 2021

Table des matières

<i>Note de l'auteur</i>	3
-------------------------------	---

Les Énoncés

<u>1 Ribouldingue le Lièvre et Rosalie la Tortue : distances et vitesses</u>	9
<u>2 Marcel Potiron et son domaine : considération de surfaces</u>	13
<u>3 Marcel et son cousin Anselme : partages et répartitions</u>	17
<u>4 Prenons le Train : horaires, durées et vitesses</u>	21
<u>5 La Ferme Labouret : lignes, surfaces et volumes</u>	25
<u>6 Le domaine Labouret : mesures agraires et historiques</u>	29
<u>7 Tournez Manège chez Labouret : mesures et unités multiples</u>	33
<u>8 Les Labouret économes : de bons comptes pour une bonne gestion</u>	37
<u>9 Il y a le Soleil, le Vent et les Bois : de l'Énergie à bon escient</u>	41
<u>10 Mais où est passé Dada ? Ne nous perdons pas en chemin</u>	45

Les Corrigés

<u>1 Ribouldingue le Lièvre et Rosalie la Tortue : le choix des bonnes unités</u>	51
<u>2 Marcel Potiron et son domaine : surfaces bien découpées donc bien calculées</u>	55
<u>3 Marcel et son cousin Anselme : du bon usage des fractions</u>	59
<u>4 Prenons le Train : utilité des tables et graphiques pour comprendre</u>	63
<u>5 La Ferme Labouret : observation, application et déduction des grandeurs</u>	67
<u>6 Le domaine Labouret : d'un passé folklorique vers un système rationnel</u>	71
<u>7 Tournez Manège chez Labouret : unités combinées et ordres de grandeur</u>	75
<u>8 Les Labouret économes : cerner dépenses et recettes pour établir un budget</u>	79
<u>9 Il y a le Soleil, le Vent et les Bois : bon sens et discernement</u>	83
<u>10 Mais où est passé Dada ? Orientation et Observation</u>	87

Les Énoncés



Ribouldingue le Lièvre et Rosalie la Tortue
Avec la complicité de Marcel Potiron qui sait compter ses pas



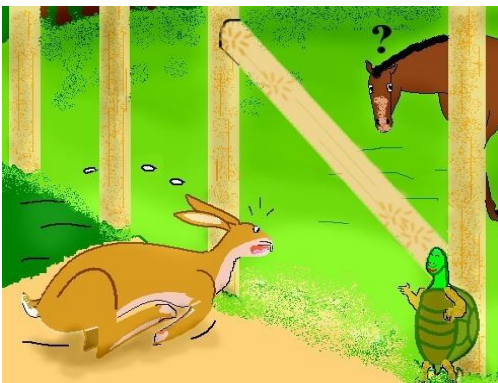
« **Messire Ribouldingue !** interpella un jour Rosalie la Tortue le lièvre, son voisin des champs, qui commençait à lui courir sur le haricot avec ses bonds insensés toute la journée : **je vous parie que ... disons depuis ce cabanon-ci, j'arrive avant vous à la barrière du pré, là-bas ! ...** »

- Mais que vous arrive-t-il ma Mie pour me défier ainsi ? Il vous faudrait bien avaler 4 rations de roquette plutôt que votre cresson quotidien...
- **Causez toujours mon ami, je tiens le pari ! Alors voyons... Nous partirons au troisième coup d'horloge**
- Mais bien sûr ma mie ! ...

Et voici qu'au signal convenu, la tortue se met en branle et se hâte lentement – mais sûrement – vers le but désigné, tandis que notre compère s'en tient les côtes de rire : « **Allons donc, je vais plutôt aller me vautrer, en attendant, dans ce carré de jardin à l'ombre et puis, tiens donc, ces fleurs me sont ravissantes à croquer ! ...** »

Le coup de la demie a sonné tandis que notre brave Rosalie progresse toujours, un petit pas devant l'autre, alors que notre jouvenceau folâtre de plus belle : « **Mmhhh... Bien agréable cette petite brise ! ...** »

Tant et si bien que le carillon retentit de nouveau et là notre lièvre consent à lever le museau et cherche la tortue du regard : « **Mais... Mais ! N'est-ce pas elle là-bas en train de toucher bientôt la barrière ?** »



Et notre ami de détalier d'un trait, à peine les 4 coups d'horloge sonnés, pour constater, **12** secondes plus tard, piteux et fourbu, que notre Rosalie s'est retournée, adossée à la barrière, pour lui lancer, d'un air narquois :

« **Ne vous avais-je pas dit que j'arriverais avant vous ?
...Et avec ma maison sur le dos en plus !** »

Moralité : Des jambes privées de tête nous mènent en pure perte

[Récréation mathématique à la page suivante>](#)

Relisez donc la petite histoire précédente, *qui sert de mise en bouche* à notre manuel, pour y glaner quelques infos complémentaires utiles aux opérations de calcul qui vont suivre :

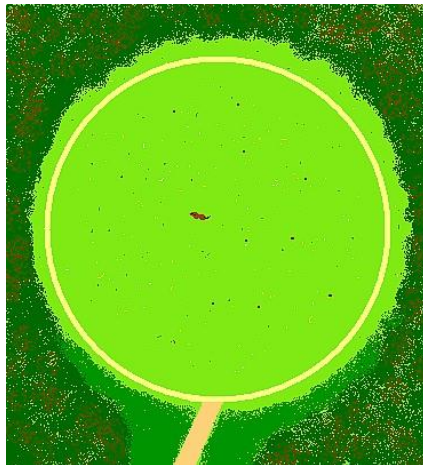
- Quelle distance y a-t-il du cabanon à la barrière du pré où broute le canasson de Marcel, gardien de la petite gare champêtre, sachant que notre brave bonhomme s'est amusé un jour à compter ses pas aller-retour au nombre de **450** ?



Si vous désirez exprimer la distance en une unité qui met tout le monde d'accord, à savoir **le mètre**, sachez que Marcel Potiron – qui porte bien son nom – s'est constitué un petit potager dont il fait le tour en **30 pas** à peine et qui mesure – alors qu'il manquait de place pour l'étendre sur 10 m – **8 mètres** de long sur moitié de large.

- Exprimez dès lors, une fois détaillés vos choux et ce qu'il vous reste de carottes – car croyez-vous que Ribouldingue se soit contenté de croquer des fleurs ? – la vitesse d'une tortue décidée, telle Rosalie, à l'aide de la **minute** puis de la **seconde**.
- Vous pouvez bien sûr exprimer celle de Ribouldingue, qui explosa tous ses records, mais en vain sinon pour servir à nous creuser la nénette : vous ferez appel à la **seconde**, mais ne manquez pas de convertir en **km/h**, car il faut bien cela !

Epilogue : si cela vous chante, vous pourrez toujours faire une petite rédaction sur ce qu'en a pensé Dada... Vous savez qui ? Le canasson, bien sûr !



Marcel Potiron et son domaine

Considération de surfaces



Le lendemain, en début d'après-midi...

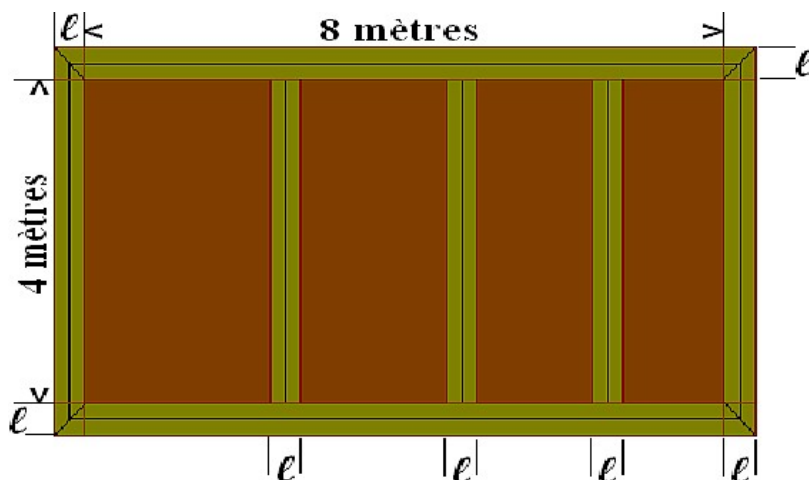
« Ben vrai alors ! C'est que c'est bien joli tout ça mais c'est du boulot quand même ! Et si encore ce sacré Ribouldingue venait pas me croquer la moitié de mes carottes ! ... » Ainsi méditait, pensif devant son potager, Marcel Potiron, notre chef de gare, qui, dès que ses fonctions lui en laissaient le temps, aimait bien cultiver son jardin...

- Je ne vais tout de même pas m'enquiquiner à grillager autour de mon potager, tout de même !
- Hum ! Vous inquiétez pas patron ! Vous êtes pas prêt de le revoir avant 15 jours au moins, vexé comme il est de la petite leçon de modestie qu'il vient de recevoir ! pensa très fort notre brave Rosalie, revenue de son exploit, tout en mâchouillant consciencieusement sa ... mâche (après avoir fait un sort au cresson... !)
- Bon, eh bien, tout va bien ! Rosalie « broute » tout comme Dada que je suis allé voir et... lui a de quoi faire dans son pré là-bas ! Je vais aller rejoindre mes pénates, tranquillement à l'ombre ; j'ai bien $\frac{3}{4}$ d'heure devant moi avant de me préparer pour le prochain passage...

Et voici notre Marcel, à l'horizontale dans sa chambre, en train de rêvasser et se faire la réflexion suivante :

« Bah ! au diable l'avarice ! Après tout, j'pourrais très bien gagner un p'tit peu de surface cultivable, comme ça il y en aurait plus pour tout le monde... Y a qu'à grignoter sur les allées... » Et c'est alors que, satisfait, un sourire aux lèvres, Marcel plonge dans sa petite sieste « express » dont il est coutumier.

Et si nous aidions Marcel dans son projet ?

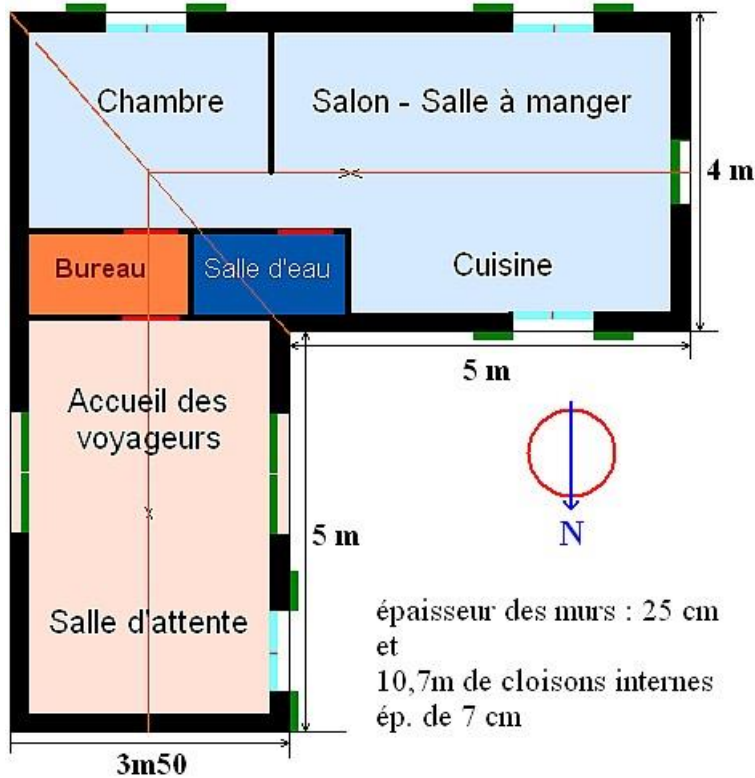


Comme il n'a pas le droit de déborder du terrain imparti pour y implanter son potager, il a dans l'idée, en effet, de réduire la largeur des allées qui est actuellement de 50 cm.

- Quelle est actuellement la surface cultivable dont il dispose ?
- Quelle est la surface occupée par l'allée qui en fait le tour ? Qu'en pensez-vous ?

Si donc Marcel réduisait de moitié la largeur de toutes les allées, de quel pourcentage supplémentaire de surface cultivable disposerait-il ? (Et de boulot !)

Plan de la petite Gare de Gratouille-les-Choux et de la dépendance où loge Marcel :



Ainsi, nous constatons qu'il s'agit bien d'une construction en « L »

Sur ce plan sont indiquées les côtes extérieures principales et quelques indications en sus.

- Quelle surface au sol la construction occupe-t-elle ?
- De quelle surface habitable dispose-t-on au total pour les voyageurs et Marcel ?

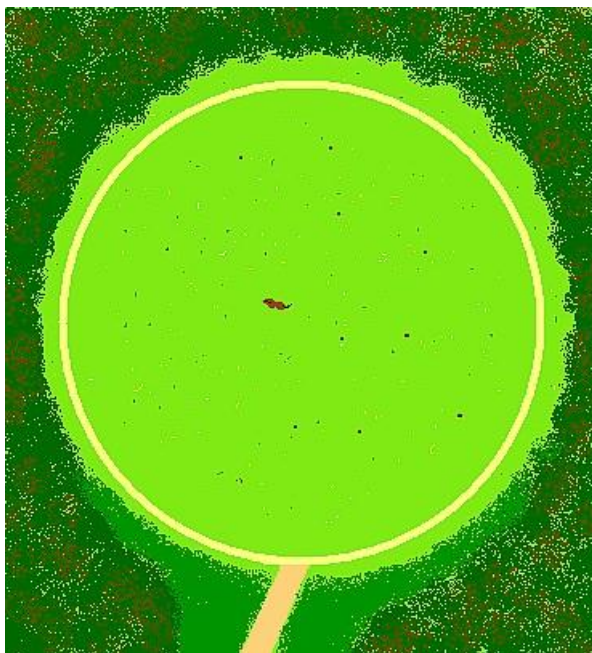
(On notera qu'il est préférable de raisonner directement sur la surface intérieure, en nous inspirant du potager de Marcel)

(On arrondira aux quarts de m^2)

- D'après le plan, faites une estimation de la superficie de la chambre de Marcel

(On arrondira également au $\frac{1}{4}$ de m^2 le plus proche)

- Expliquez pourquoi la Gare est plus petite que sa dépendance



Le pré à Dada

Le Pré où s'ébat Dada, le brave canasson que le cousin Anselme a confié à Marcel, est enclos d'une barrière circulaire.

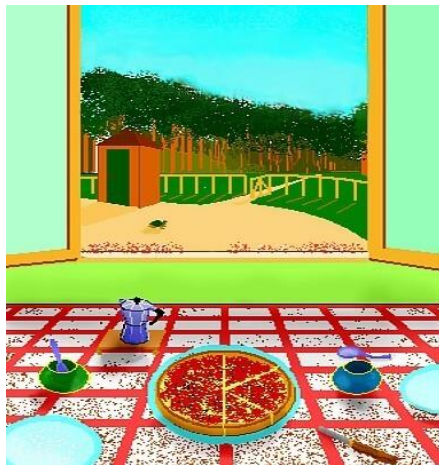
Elle repose sur 156 pieux espacés d'un mètre pour terminer par le portail large de deux mètres

Si vous ne vous emmêlez pas les pinceaux - disons les pieux - eh bien vous devriez en déduire le périmètre du pré enclos.

- Aussi, quelle est la surface en m^2 du pré où broute Dada ?

Le résultat correspond à mon année de naissance... Comment ça cela ne vous aide pas !? Bon, eh bien tant pis...

- Refaites le calcul en tenant compte que Dada n'en a jamais assez et, selon l'adage où il lui semble que l'herbe est plus verte à côté, Dada tend le cou sous la barrière et arrive à grappiller 50 cm de plus.



Marcel et son cousin Anselme
qui aiment bien partager...



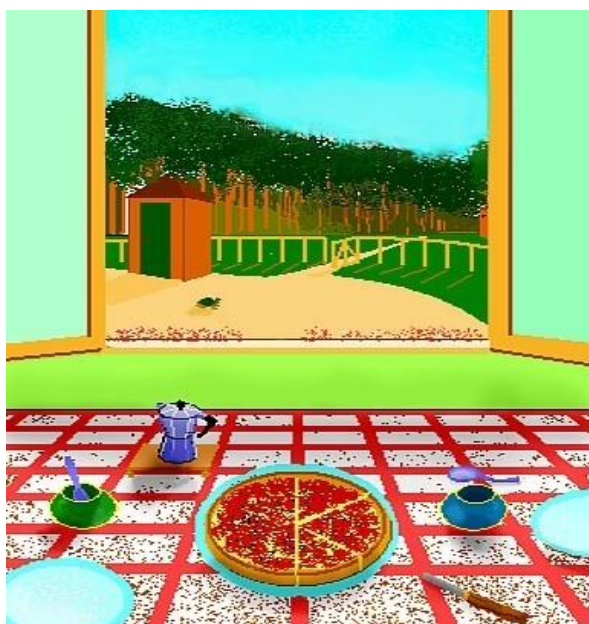
Un Samedi après-midi, profitant du répit du passage des trains qui ne reprend que vers 17h à la gare de **Gratouille-les-Choux**, Marcel a invité son cousin Anselme dans sa maisonnette, dépendance de la gare.

Anselme, c'est Anselme Labouret, paysan producteur de pommes qui possède sa ferme (et quelques vaches laitières plus deux, trois chevaux avec « Dada ») au village de **Chatouille-aux-Bœufs**, de l'autre côté du vallon... D'ailleurs, le train y passe aussi...

Il a apporté un pot de crème, des œufs que sa femme lui a confiés (il y a bien entendu des poules dans leur basse-cour) et même un pot de miel, puisqu'ils disposent de ruches également.

« Dis donc, vous m'avez encore gâté, vous deux ! s'exclame Marcel, à la vue de tous ces trésors...

- Allons donc, tu n'es jamais en reste, toi non plus ! Mais que voilà ! Une succulente tarte aux fraises dont tu nous as gratifiés !
- On verra après manger ! C'était pas trop compliqué pour la pâte sablée et la crème pâtissière, car j'avais de quoi les faire rapidement ; quant aux fraises, il faut en profiter : ce sont les dernières de la saison ! »



Sur ce, Marcel s'apprête à découper sa tarte en 4 parts mais Anselme l'interrompt juste avant le deuxième coup de couteau :

« Pas si grosses les parts ! Coupe donc ta moitié de tarte en **trois**, elles seront bien assez généreuses comme ça ! »

Et les voilà qui devisent joyeusement sur leur vie quotidienne...

« Tiens, v'la qu'ils nous font sonder la population des environs quant au succès de notre train, « le campagnol » ... Je suis chargé d'une synthèse des résultats après dépouillement...

- Vous avez, hum... Avez-vous eu beaucoup de réponses ?
- Quelques centaines en tout, de quoi faire un pourcentage disons *suffisamment significatif*. Les questions étaient simples : Avez-vous pris le « campagnol » au moins une fois cette année ? Puis, si c'est le cas, était-ce pour le travail (y compris pour aller au collège ou lycée) ou pour des loisirs, voire les 2.
- Et ça donne quoi ?

- Là en brut, ça donne : 83% l'ont pris au moins une fois, et parmi ceux-là, 80% l'ont pris pour le travail, 60% pour les loisirs et 40% pour les deux...

- C'est possible ça ? Ça fait plus de 100% au total ! Tiens, remets-y un p'tit bout de tarte pour comprendre...

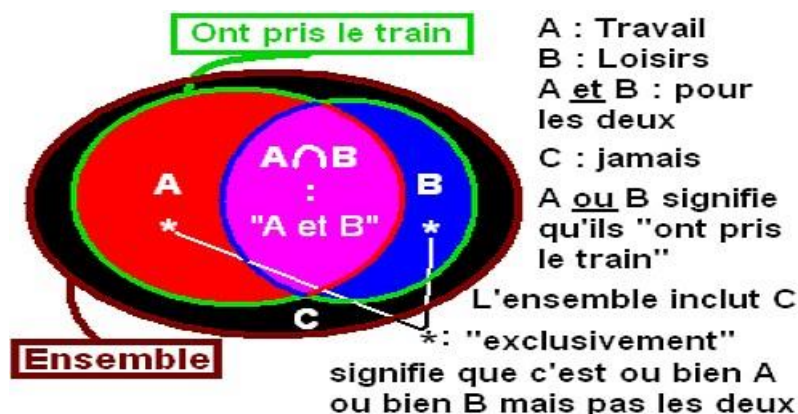
- Je vois que tu n'as pas perdu le Nord au moins ! Veux-tu que je refasse un peu de café ?
- P'tet ben que oui ...

Et pendant que la cafetière est sur le réchaud, Marcel partage la 3^{ème} part découpée en deux...

« Tiens, gros malin, je te fais un dessin, tu vas comprendre... »

Je te dessine l'ensemble des réponses, je t'entoure en vert ceux qui ont pris le train...

- 83 % !
- Bien ! Vive la tarte aux fraises ! ... Parmi ces 83%, je redécoupe l'ensemble de ceux qui ont pris le train pour le travail, soit le « sous-ensemble » A qui occupe 80% de la surface de l'ensemble vert, puis le sous-ensemble B de ceux qui l'ont pris pour leurs loisirs : B fait 60% du vert, tu suis ?



- Oui, Oui ! ...
- Alors, oui, t'as raison on doit bien retrouver 100% de ceux qui ont pris le train, et par conséquent, les 40% de surface occupée par A et B (travail et loisirs au cours de l'année) font partie à la fois de A et de B (rouge et bleu ça donne violet !) et comme on ne peut pas les compter deux fois, il faut le retrancher de l'addition (A+B) soit : $(80\% + 60\%) - 40\% = 100\%$
- Bravo ! Avec un dessin, ça passe mieux !
- Et un bout de tarte ça aide aussi... !)

« Tiens, tu vas emmener la moitié restante pour ta petite famille ... Avec ta femme et tes deux lascars, ça fait 4 parts faciles à découper... Et puis pour la route, j'ai une petite devinette à partager avec les tiens, toujours sur des histoires de fractions, mais en plus rigolo :

C'est « Dédé la débrouille » qui se retrouve avec 10 mégots à la fin d'une journée, et il peut se confectionner une cigarette (ou « cibiche ») avec 3 mégots ... Combien peut-il se faire de cigarettes ?

- Ben à vue de nez, 3 ! Plus un mégot qui lui reste...
- Certes ! Mais réfléchis un peu mieux ! ...

Chers amis, récapitulons nos exercices à faire pour assimiler ce que nous enseigne cette journée :

1. Revenons sur le partage de la Tarte :

- Marcel a d'abord partagé sa tarte en deux moitiés, puis une moitié en 3 : écrivez la multiplication de fractions qui va donner ce que représente chacune des parts découpées (pour Marcel, Anselme et la 3^{ème} qui attend son tour).
- Posez l'addition de cette 1^{ère} part avec la 2^{ème} servie et retombez sur vos pieds en simplifiant le résultat.
- Anselme, rentré chez lui, revient avec 4 parts égales qui font chacune une même fraction de la tarte, mais en bon père (qui estime qu'il en assez profité comme ça) repartage sa part en 3 dont il ne garde qu'un bout et octroie un « rab » à chacun de ses enfants : exprimez en faisant les opérations nécessaires (multiplication puis addition puis simplification) chacune des fractions de la tarte d'origine pour chacun des membres du foyer Labouret, et vérifiez que le total fait bien la moitié emportée par Anselme.

2. Ramenez les résultats du Sondage sur la fréquentation du train « Campagnol » au travers des réponses d'une famille - type représentative qui comprendrait 6 membres :

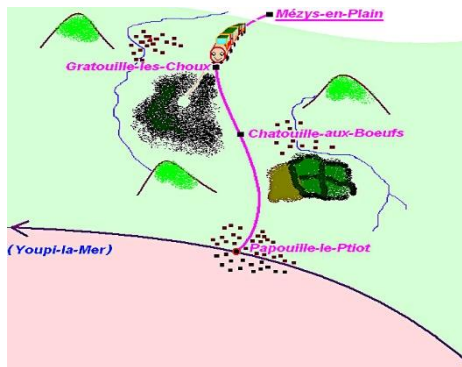
Pourquoi 6 ? Car 83% est proche de la fraction $\frac{5}{6}$ et par ailleurs 80% fait $\frac{4}{5}$... Vous suivez ?

Aidez-vous donc d'un tableau à deux entrées qui comprendrait une ligne pour chacun des membres (6 en tout et vous pouvez même leur donner des noms, ce qui est plus sympa) et 3 colonnes qui leur font face :

A: travail – B: Loisirs – C: jamais, dans lesquelles on peut cocher selon les réponses de chacun des membres

Exprimez les multiplications puis les additions-soustractions de fractions qui expriment les résultats du sondage (transposé à cette famille) Et rappelez-vous : les pourcentages font partie de la famille des fractions

3. Alors, vous aussi à la fin, résolvez le problème à résoudre de Dédé la Débrouille qui est bien astucieux pour s'y entendre en combinaison de fractions...



Prenons le Train

Ne nous trompons pas d'heure et de sens...



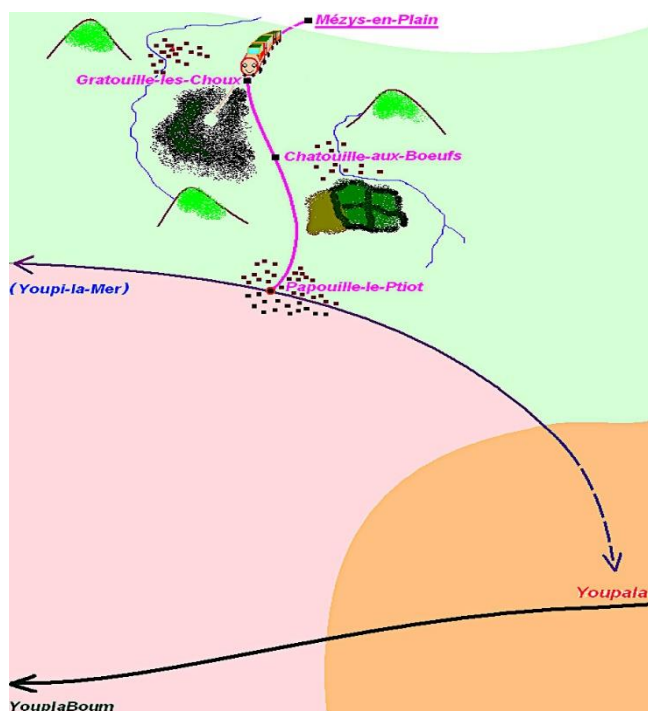
C'est un Lundi... Zut alors ! Comme si le plaisir du Dimanche passé n'était pas assez gâché comme ça, voilà qu'un temps couvert se mêle de la partie...

Qu'à cela ne tienne, tout un p'tit monde se presse à la gare de **Gratouille-les-Choux**, tandis que **Marcel Potiron** est à son bureau (de chef de gare !) pour y distribuer les derniers billets à des voyageurs (tous ne disposent pas d'un abonnement de transport) ; d'ici quelques minutes, il se rendra sur le quai pour surveiller la montée des voyageurs à l'arrivée du train... le « **Campagnol** ».

En attendant, ce sont notamment des collégiens, joyeux de se retrouver malgré tout, qui se racontent leurs exploits du week-end, tandis qu'un **adulte** consulte sa montre : tous attendent le « **Campagnol** » en provenance de **Mézys-en-Plain**, un des deux terminus de la petite ligne de chemin de fer.

Sur le quai en face, patiente une brave **Mamie** et son p'tit fils, ainsi qu'un **brave Gars** et son barda : eux, attendent le **Campagnol** de retour de **Papouille-le-Ptiot**, où se rendent les collégiens...

Jetons donc un coup d'œil sur la carte...



Voici l'aperçu d'un trajet en train **Mézys... – Papouille...** :

- Le train parti à **7h50** qu'attendent nos collégiens doit entrer en gare de **Gratouille...** à **8h08** : une mn d'arrêt. Il s'arrêtera à **Chatouille...** distant de 12 km à **8h21**, avec à nouveau une minute d'arrêt ; puis enfin 18 km plus loin, il arrivera à l'heure à **Papouille...** à **8h40**. (Là, les collégiens se rendent à leur Collège pour 9 h).

- Notre voyageur qui regardait sa montre, tout à l'heure, aura largement sa correspondance pour aller à **Youpala**, en prenant cette fois-ci le « **Loupmalour** », puisque ce train rentre en gare à **8h50**...

Il arrivera à **Youpala** à **10h20** après que le train ait marqué 4 arrêts de 3 minutes après le même à **Papouille...**

- S'il désire un Samedi se changer les idées et partir avec sa petite famille dans l'autre sens à **Youpi-la-Mer**, il prendra alors le « **Roulmapoul** » (...**Normal !** puisque le train a changé de sens...☺)
- Mamie, elle, attend le « **Campagnol** » qui part de **Papouille** lui aussi à 7h50 (trajet retour de même durée qu'à l'aller) : 2 trains jumeaux qui se croisent donc

Passons donc aux réjouissances !

Du plus simple au plus compliqué, cependant...

A Sur la ligne du **Campagnol**

1. Calculez la vitesse moyenne entre chaque arrêt du **Campagnol**

Il vous suffit de déduire la durée de roulage qui correspond à la distance entre chaque arrêt

Passer des km par minute (km/mn) aux km par heure (km/h)

2. Calculer la durée de parcours identique à l'aller comme au retour

3. Déduisez-en la distance par voie ferrée entre **Mezys-en-Plain** et **Papouille-le-Ptiot**

(La vitesse moyenne reste la même entre chaque arrêt)

Vérifiez – selon cette même vitesse ou selon la différence de distances – que vous trouvez une même distance calculée entre **Mezys-en-Plain** et **Gratouille-les-Choux**

4. A quelle heure se croiseront les deux trains jumeaux partis tous les deux à 7h50 ?

Et en quel lieu (entre quels arrêts et kms respectifs depuis ces arrêts) ?

B Sur la ligne du **LoupmaLour–RoulmaPoul**

1. Calculez la durée totale de trajet entre **Papouille-le-Ptiot** et **Youpala**

2. Déduisez la vitesse moyenne arrêts compris

3. Déduisez de même la vitesse moyenne (de roulage) arrêts déduits

4. Le **RoulmaPoul** part de **Youpala** à 9h20 et roule à la même vitesse moyenne que le **LoupmaLour** parti, lui de **Papouille-le-Ptiot** à 8h50 : à quelle heure se croiseront-ils et à quelle distance de **Youpala** ?

5. Le **Roulmapoul** repart de **Papouille-le-Ptiot** à 10h54 et conserve sa vitesse moyenne depuis le début, arrêts compris : à quelle heure arrivera-t-il à **Youpi-la-Mer** distant de 80 km ?

AB Quelle est la vitesse moyenne du parcours pour notre Monsieur parti de **Gratouille-les-Choux** pour arriver à **Youpala** ? Quelle est la vitesse moyenne de roulage (arrêts déduits) pour l'ensemble ?

C Sur la ligne de **Youpala** à **Youplaboum** (à grande vitesse... enfin, sur une partie de la ligne)

Le « **TVT** » (ou **Train Ventre à Terre** si vous préférez) arrive de **Paname** à **Youpala** à 10h25 et en repart 5' plus tard en direction de **YoupLaBoum** (station balnéaire plus cotée que **Youpi-la-Mer**) distante de 255 km.

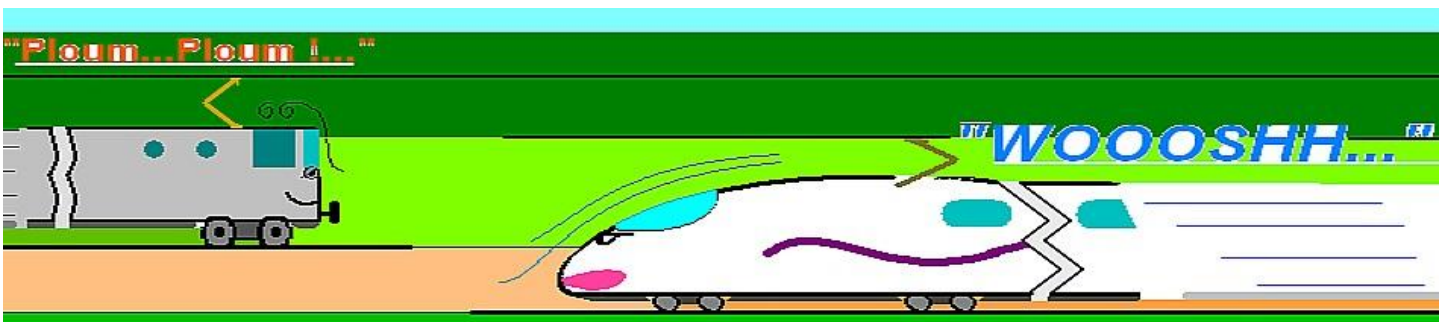
1. Le TVT est capable de rouler à 360 km/h sur les 180 premiers km jusqu'à **YouptiLu** mais il lui faut 6' pour gagner progressivement de la vitesse et 6' pour ralentir de même :

Calculer sa moyenne effective de roulage sur ce premier tronçon et son heure d'arrivée à **Youptilu**

2. Le TVT repart 4' plus tard, mais roule désormais sur une vieille ligne à 100 km/h de vitesse moyenne et cumule 5' d'arrêts en plus, avant **YoupLaBoum** (le **TVT** se transforme en **TsT** : le **Train se Traîne** !).

Calculer son heure d'arrivée finale et sa vitesse moyenne sur les 255 km du trajet complet

Vous pourrez prendre conscience de l'effet du ralentissement final sur la vitesse moyenne de départ !

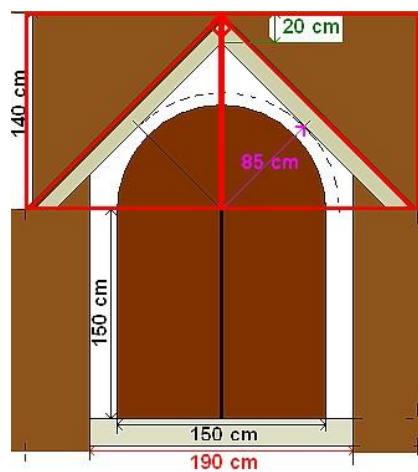


D Extension de ligne rapide vers **Youpi-la-Mer** et confrontation imaginaire entre **LoupmaLour** et **TVT**

Imaginons en effet que ce soit le **TVT** qui parte de **Youpala** à la place du **Roulmapoul** sur une voie rapide parallèle (à la même heure donc 9h20) pour rouler à 300 km/h de moyenne, alors que le **LoupmaLour** est parti à 8h50 de **Papouille-le-Ptiot** et roule quant à lui à 100 km/h de moyenne.

• A quelle heure se croiseront-ils (à distance de sécurité) et à quelle distance de **Papouille-le-Ptiot** ?

Un bon schéma permet d'obtenir une belle équation d'où se déduit une belle fraction en guise de résultat !



La Ferme Labouret

Lignes, surfaces et volumes



Voici que nous avons changé de cadre : nous nous trouvons désormais au domaine des Labouret, Anselme et son frère Justin, cousins de notre Marcel Potiron des premiers chapitres.

Les Labouret sont paysans et disposent de terres au sud de **Chatouille-aux-Bœufs** situé à une petite vingtaine de km de **Gratouille-les-Choux** (*12 km entre les gares respectives, mais restent ensuite les liaisons routières !*)

C'est un matin de Septembre où le Soleil, peu avant 8h, luit dans un ciel où les nuages ont eu la bonne idée d'aller voir ailleurs... *Mais dites donc... Cela paraît bien calme pour une ferme !* Eh bien, à vous de déduire que nous sommes Dimanche ! Oh rassurez-vous : à huit heures tapantes, il y aura du monde dehors !

Profitons donc de ce répit pour faire le tour des constructions constituées de **deux corps symétriques** de ferme **et** de la **demeure familiale** (*nous ferons le tour du domaine complet au prochain chapitre*) ...

Puisque le Soleil se lève à l'Est, nous voilà **orientés**, et donc à la suite, nous pouvons détailler...

- Deux corps de ferme **alignés du Nord au Sud**, composés de deux parties successives en longueur avec un **toit (en chaume) de même pente**, mais dont la 1^{ère} partie est surélevée d'un mètre pour commodité d'usage.

- **Côté Est**, le corps abrite un **Atelier garage remise** (plafond surélevé donc), puis abrite plus loin l'atelier de **fromagerie** (tiens donc !) et enfin le **poulailler** (*et son coq pour suppléer au réveil électronique !*)

Les combles seront mis à profit pour servir aussi bien de **grange**, **grenier** et **remise**...

- **Côté Ouest**, le second corps abrite l'**Etable** et ses vaches – *Oh... une dizaine y compris les deux bœufs de service* – (tiens au fait... *N'entend-t-on pas la Denise et la Margot réclamer leur traite ?*). Un peu plus loin, l'**écurie** qui accueille les deux chevaux de trait, (*voire Dada lorsque celui-ci a fini de brouter le pré du côté de chez Marcel...*) et pour terminer, le **Cellier** pour accueillir... des pommes !

Ce qui distingue ce corps du 1^{er} en face est l'inclusion de **mansardes** pour communiquer avec les combles, afin de faciliter notamment le stockage du fourrage en vrac – complété par celui mis en bottes disposées en face – De même, on pourra y stocker aussi du grain, voire des pommes enfin.

- La demeure, au fond, est assez vaste avec un 1^{er} rez-de-chaussée (légèrement surélevé), le 2nd sous les combles, avec encore un peu de place pour un « grenier » au sens large, vu la hauteur de toit (incliné cette fois-ci à 45°) ... Tout cela pour loger deux familles complètes (*Anselme est marié et son frère Justin bientôt en passe de l'être*), voire des visiteurs, des chats, des chiens (*bon, ces derniers ont leur niche*) ...
- Enfin, entre ces trois bâtiments, la Cour et sa pelouse intérieure avec même un bassin (*n'y aurait-il pas quelques canards dans le coin ?*). Derrière la demeure, exposé **au sud**, nous devinons le **potager-verger**...

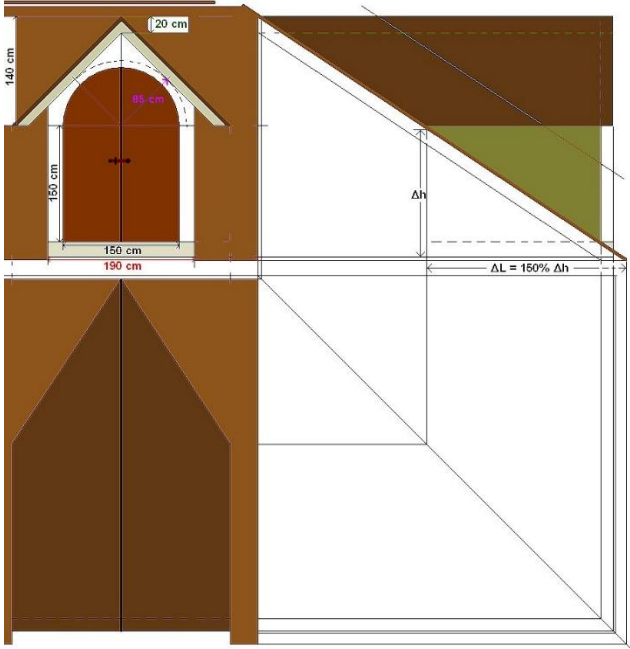
Passons aux réjouissances...

1. Des lignes

- Des lignes, des lignes... Essentiellement des droites ou «bouts» de droites (verticaux, obliques...), me feriez-vous remarquer ! Certes, mais cependant trône au milieu une belle **courbe fermée** : laquelle ?
- Sur la figure suivante, une mansarde dont le **toit, vu de face**, forme un **triangle rectangle** à son sommet. **Déduisez-en la largeur horizontale de ce toit entre ses extrémités**, d'après les indications chiffrées...

2. Des surfaces

- Si vous avez bien nommé la courbe fermée, **quelle surface délimite-t-elle** en prenant un plus grand « diamètre » égal à 4,1 m et le plus petit à 3,1 m ? (*Arrondissez à l'unité puisque c'en est très proche*)
(Vous avez compris que ce n'est pas vraiment un cercle mais... Tout comme !)



Pour vous guider, nous voyons à droite que la demi-largeur intérieure du bâtiment fait 6 m, et les extensions de toiture en hauteur 0,25m ...

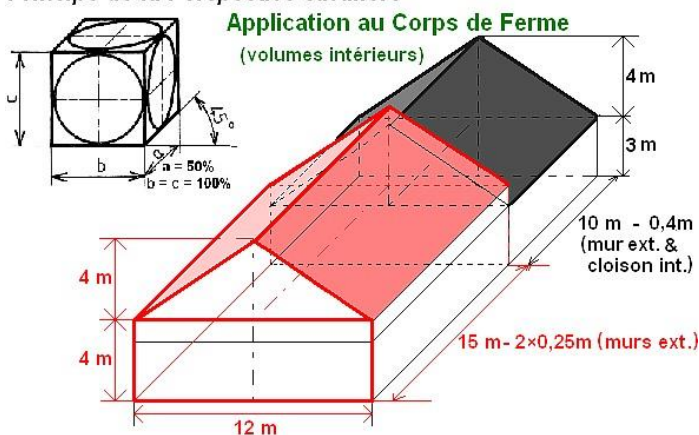
Calculez donc la **superficie de façade** du bâtiment au Nord, et celle derrière au Sud.
(la surélévation en partie d'un mètre est rappelée par l'astuce de cotation « 4m ou 3m »)

- Déduisez la **longueur du pan incliné de toiture**, d'après la propriété des **triangles semblables** (façon « **poupées russes** » !)

Cette longueur va nous permettre de calculer ensuite la surface complète de toiture du 1^{er} corps de ferme (Sympa, on ne vous demandera pas de calculer celui d'en face avec ses mansardes...) en nous aidant du dernier croquis ci-après qui fait appel à la perspective « cavalière » basique pour représenter les volumes

3. Surfaces et volumes

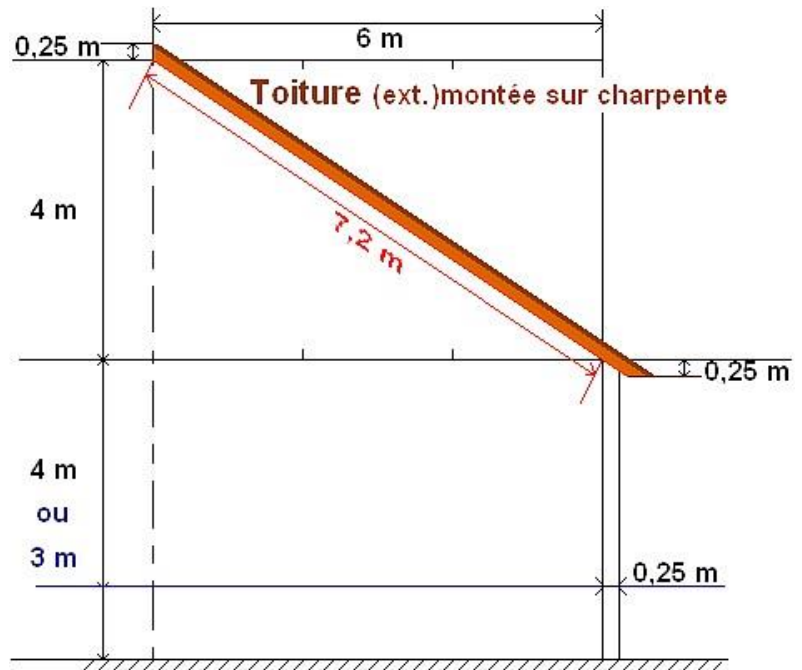
Principe de la Perspective cavalière



- Voici donc la figure, croquis avec **cotation** – qui indique les cotes, mesures de dimensions diverses – (ce type de croquis initie au **dessin technique**, abordé désormais dans les classes de CAP/BEP).

Il vous est demandé de déterminer la **surface de la porte à double battant en bois**

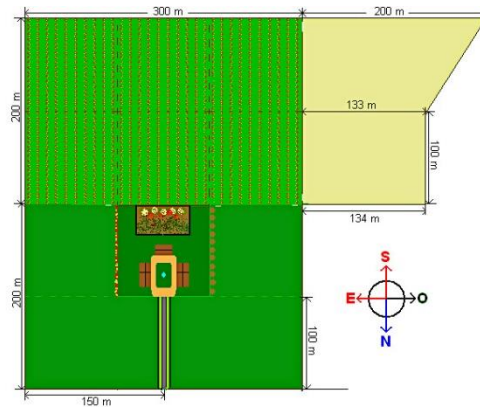
- Voici, à la suite, la 2nde figure ci-dessous, croquis de la demi - façade (symétrique) des deux corps de ferme bien illustrés au 1^{er} plan de notre illustration introductive



Une surface est le **produit** de deux dimensions qui font un **angle droit** entre elles : ainsi, le pan incliné a une longueur oblique, bien **perpendiculaire** à la profondeur.

Pour la **bonne profondeur du toit**, compter les murs extérieurs – et cloison partie grisée – et une **extension** de 0,25m à chaque extrémité Nord Sud du toit surélevé (rouge), contre une seule S partie bleue (👁️ **croquis** !)

- Dans un premier temps **calculez la surface des deux toitures** (comptez 2 pans !) et leur somme.
- Déduisez de la **superficie** cette fois-ci **interne** des façades AV/AR (calcul immédiat avec **croquis**) le **volume intérieur du bâtiment** par « **extrusion** ».



Le Domaine Labouret

Mesures agraires et historiques

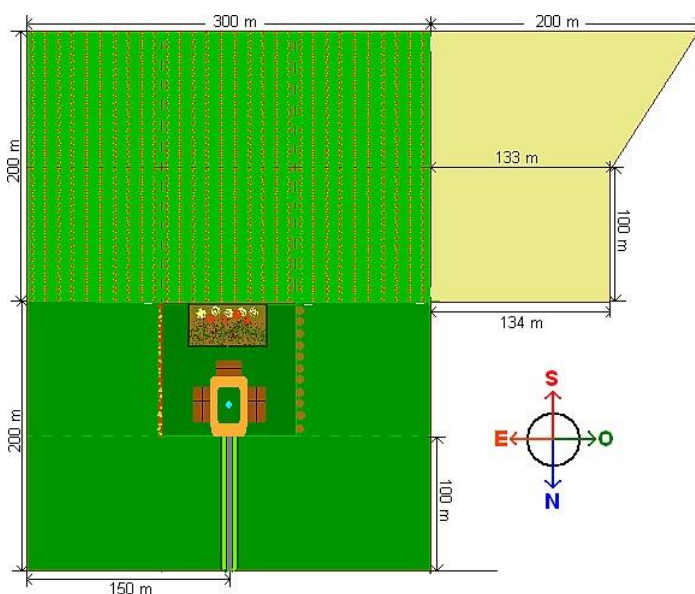


Bon, il est temps d'aller se mettre au boulot chez les Labouret ! Et quel que soit le temps ! D'ailleurs de quoi se plaindrait-on ? Il ne tombe pas des cordes !

Les poules et les quelques canards ont été nourris, la **Denise** et la **Margot** ont été traitées (le lait recueilli repose en attendant...) et dès lors, les autres bestiaux piaffent d'impatience pour aller se dégourdir les pattes dans les prés attenants... **Noémie**, la femme d'Anselme, après avoir dit au revoir à leurs enfants partis à l'école et collège (avec le car de ramassage qui passe au bout du chemin) fait sortir sa petite troupe par le portail face à l'étable, sous la vigilance de Nestor le chien attiré à la tâche de surveillance...

Anselme quant à lui, a accroché la remorque à son tracteur, et s'apprête à rejoindre son frère **Justin**, qui lui, a pris les devants avec les deux « canassons » de l'écurie pour se rendre au fond de leur domaine, en direction du champ de chaume... Mais prenons un peu de leur hauteur sur le dit « domaine des Labouret »...

Voici donc le plan du domaine



Observons la Rose des vents, ici 4 points cardinaux : Habituellement le Nord est dirigé « vers le haut », mais ici Nord et Sud sont inversés (Est et Ouest de même), afin que nos lecteurs suivent avec l'illustration en tête.

Ah c'est sûr : notre vaste ferme paraît désormais bien petite, mais cela permet de mieux apprécier son implantation dans le domaine, et sa voie d'accès goudronnée au Nord reliée à la route qui mène au village tout proche de **Chatouille-aux-Bœufs**.

Nous repérons, exposé au Sud, le potager-verger, derrière la maison, organisé en « **permaculture** »

Plus au Sud, une vaste parcelle rectangulaire plantée de pommiers sagement alignés : eh oui, nos paysans produisent ici principalement des pommes !

Au Sud Ouest, la seule parcelle « labourée » qui produit avant tout de l'avoine pour les chevaux et la basse-cour à raison de 50, voire 60 quintaux à l'hectare...

Enfin, les prairies naturelles et fleuries à la belle saison, de part et d'autre de la ferme, qui suffisent à régaler notre dizaine de vaches et bœufs, qui peuvent même aller « vaquer » entre les pommiers, en alternance.

Eh bien quant à nous, allons vaquer à nos activités de calcul...

Considérons le **Plan** précédent : celui-ci est **coté**, c'est à dire qu'au contraire d'une simple carte à l'échelle, il y figure des **cotes**, distances chiffrées, assorties ici de leurs unités employées – à savoir des mètres « m » – Selon le principe d'une cotation, il n'y a pas de surabondance d'indications redondantes entre elles, mais juste ce qu'il faut !

Donc pour voir si vous suivez...

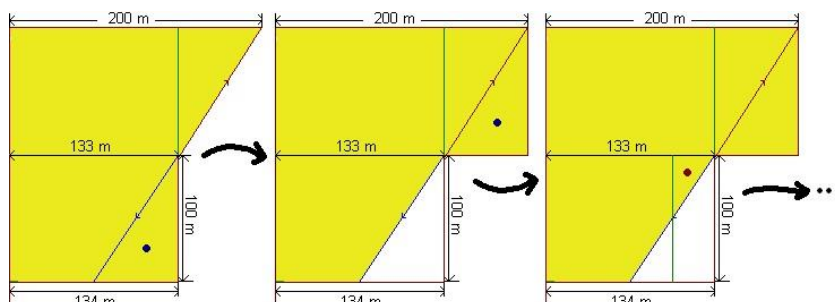
1. Quelles sont les **largeurs** minimales et maximales du Nord au Sud ; idem pour les **longueurs** d'Est en Ouest du « domaine Labouret » ? Puis ensuite, il va falloir vous atteler à une autre paire de manche...
2. Quelle est la **superficie** du domaine exprimée en **m²** et en **hectares** ?

Toujours se rappeler que nous pouvons découper une surface en éléments simples et les rassembler, les réagencer pour les rendre plus

« parlants » à la façon d'une couturière qui exploite son « patron » de tissu !

Mettez-vous sur la voie en examinant comment procéder avec la portion «sud-ouest» de surface du domaine :

À vous de parachever le travail en extrayant deux rectangles équivalents avec les nouvelles longueurs utiles...



Après, je pense que vous savez calculer la superficie de n'importe quel rectangle !

Vous additionnez les surfaces de ces derniers en respectant l'unité choisie

À la fin, vous convertissez les m² en hectares... **Comment ça vous ne savez pas !** Révisez le 1^{er} chapitre pour retrouver de bonnes bases... **Sympa qu'on ne vous demande pas d'exprimer en «perches carrées» !**

3. Passons aux **masses** (oui, on dit « masse » et non familièrement « poids » !) et aux **volumes**

Il a été précisé que la parcelle d'avoine peut produire jusqu'à 60 quintaux (à l'année) par hectare...

Prenons la peine de décomposer et approfondissons au passage nos connaissances... Et d'ailleurs, ce n'est pas parce que nous faisons du calcul qu'il est interdit de **nous... cultiver** !

- **Tout d'abord ... Quel est le singulier de **quintaux** ? Commençons par du simple, vous dis-je !**
- Expliquez à quoi correspond-t-il de nos jours et retrouvez par ailleurs étymologiquement sa définition
C'est le moment d'étendre ou simplement rassembler votre culture !

Ensuite, évoquons les « **boisseaux** » – mot d'origine gauloise – qui servaient autrefois de mesures de capacité et dont la taille était... très variable (comme nous le verrons dans le corrigé)

Supposons que les « boisseaux » de notre problème aient une capacité de 25 litres, et qu'un litre de grains d'avoine ait une masse de disons 800 g

(Avec des masses et volumes, il est normal de passer ensuite aux « masses volumiques »...)

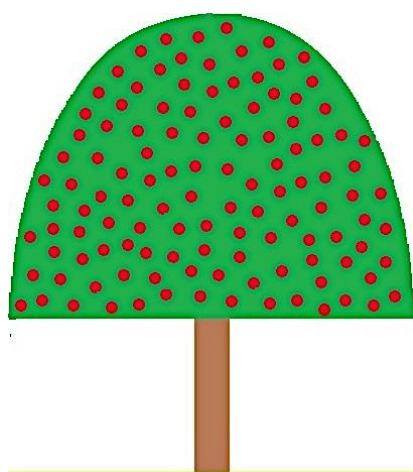
- **Calculez le nombre de boisseaux qu'il faudrait pour amasser la récolte en grains de toute une année de notre champ d'avoine !**

C'est sûr, vous avez pas mal de conversions à enchaîner... **Ne vous emmêlez pas les boisseaux**, euh à moins que ce soient les « **pinceaux** »...

- **Veuillez expliquer, compatissants, pourquoi les Labouret entassent au grenier leur grain... en vrac !**

Eh bien vous savez quoi ? C'est tout pour cette fois-ci ! ...

(– C'est « Tout » qu'il a osé dire !)



Tournez manège chez Labouret

Jongler avec les unités et mesures sans les prendre sur le nez



Il est Midi au soleil, et tout le monde mange à la même heure chez les Labouret, y compris les bêtes... Vous aussi, prenez des forces ! Parce que ça va... « tourbillonner » avec les questions qui arrivent bien vite !

1. Un Pommier « bien calibré » et le calcul de son rendement

Après observation de quelques exemples de pommiers cultivés (*sont exclus bien entendus les arbres montés en espalier*) nous allons... simplifier (!) notre arbre vedette en adoptant le modèle suivant :

Un tronc cylindrique de 1m50 de hauteur surmonté (*à la bonne hauteur pour le passage des vaches ...*) par une « demi-sphère » végétalisée allongée en hauteur, dont nous donnons les dimensions ci-contre >

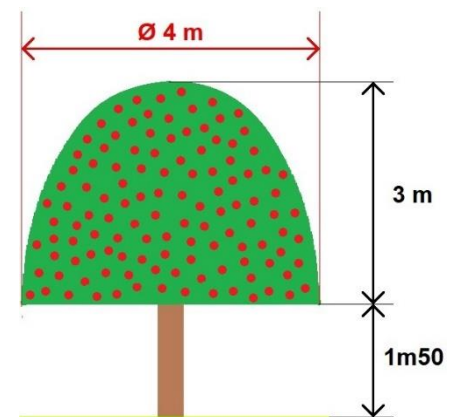
- Calculez le volume utile à la production de pommes, en n'oubliant pas (*subtilement !*) d'ôter un volume de branchages qui, tous rassemblés sur la même hauteur de 3m, tiendraient, eux, dans une « ½ sphère » également allongée de petit diamètre égal au ½ m.

Vous adapterez la formule de calcul d'une ½ sphère (*voir au chapitre 5*) à celui de ce volume et vous adopterez la fraction 22/7 pour « π »

N.B : Vous exprimerez justement en m³ (« mètres cubes ») le résultat sous forme d'une fraction.

- Vous donnerez ensuite le nombre de kg (« kilogrammes ») espérés en moyenne pour un tel arbre qui donne en moyenne « 14 à 15 pommes par m³ utile » ; pommes dont il faut « 4 à 5 pour 1 kg ».

Là aussi, vous pousserez le calcul jusqu'à l'expression finale d'une fraction que vous arrondirez seulement à la fin par un résultat à la valeur entière juste supérieure. (*On trouve un nombre entier de dizaines de kg !*)



2. Production et commercialisation annuelle de pommes et de litres de « jus » des vergers Labouret

En vous reportant sur le schéma des parcelles du Verger, au chapitre 6 : sur chacune des allées espacées d'Est en Ouest tous les 10 m, et alignées du Nord au Sud, sont plantés des pommiers tous les 5 m.

- Vous pouvez commencer par calculer le nombre de pommiers en tout.
- Puis calculez la production potentielle annuelle en tonnes de pommes, en tenant compte d'un hectare équivalent de pommiers au repos (ou en voie de remplacement, ou croissance avant maturité, ...).
- Vous calculerez la récolte possible de pommes à raison de 90% de la production potentielle (le reste étant déjà tombé, ou non recueilli lors de la récolte. (*Non perdu pour tout le monde puisque cela fera toujours des heureux : les Labouret certes, mais surtout les vaches et les chevaux qui en raffolent !*))

- Puisque 10% à nouveau de cette récolte est susceptible de s'abîmer au cours des mois suivants (ou simplement dédaignés par la clientèle des marchés), un quart de celle-ci est dès le début transformée en jus de pommes (voire en cidre...) qui seront stockés à la cave.
Calculez cette production en litres (contenance des bouteilles) en sachant qu'un kg de pommes produit chez les Labouret 60% d'un litre de jus (ce qui n'est pas excessif comme pressage)
Vous calculerez la quantité totale, arrondie au nombre entier inférieur en tonnes, de pommes espérées être écoulées à la fin du Printemps. *(Après, il faut bien laisser la place aux fruits d'Été !)*

3. Les pommes stockées dans des cageots en bois

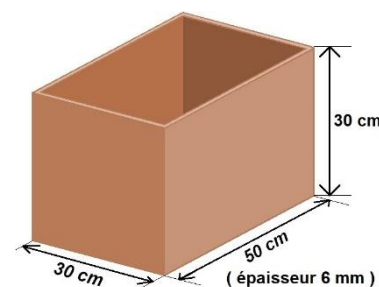
- Déterminez une pomme « moyenne » (on rappelle qu'il faut en moyenne 4 à 5 (belles) pommes pour faire un kg : prendre donc l'équivalent de 4,5 pommes par kg), avec une densité moyenne (par rapport à l'eau donc) de 80% : déterminez donc son volume moyen en ℓ (« litres ») et cm³ (« centimètres cubes »)
Plus subtil désormais : déterminez son « diamètre » extérieur moyen Ø, arrondi à l'unité, en cm
 Pour ça, corrigez le volume d'une sphère (égal aux $\frac{2}{3}$ du cylindre de même hauteur) par celui d'une « pseudo-sphère » de même diamètre qui occupe un peu plus de volume –70%– de ce même cylindre *(Faites un dessin, prenez une pomme en main !)* Passes des cm³ du volume aux cm du diamètre déduit en poussant le calcul de fractions le plus loin possible toujours avec π ramené à 22/7 –

- Déterminez la masse d'un cageot en bois (densité du bois de 80%)

Voici un cageot représenté non ajouré (simplifié dans un premier temps car en fait construit en planches non toutes jointives) aux dimensions extérieures de 50 cm x 30 cm x 30 cm (épaisseur du bois 6 mm).

Le fait qu'il soit construit en planches, en vrai enlève 20% de surface de bois, mais les renforts finaux augmentent sa masse finale de 5%

(On calculera le volume de bois avant de déterminer sa masse)



- Remplissage du Cageot

Compte-tenu du diamètre Ø de pommes, déterminé auparavant, estimez et déterminez (en vérifiant les différentes possibilités) le nombre de pommes qu'on peut disposer bien rangées dans un tel cageot, en retirant néanmoins une couche de pommes juste avant le ras-bord.

Vous summerez la masse de ces pommes et vous arrondirez le résultat à l'unité supérieure en kg.

Vous rajouterez la masse du cageot vide (arrondi à la $\frac{1}{2}$ unité en kg) et vous aurez la masse du tout.

4. Des balles de foin pressé bien dimensionnées

Les Labouret emploient une machine pour compresser et lier les bottes de foin (une fois l'herbe coupée et séchée, après avoir été rassemblée en cordons d'herbe qu'on appelle « andains ») en balles pressées. Ainsi, on passe d'une densité de 2,5% (l'herbe flotte complètement !) à 17,5%, compression faite.

Pour leur bétail, les Labouret veulent constituer des balles « parallélépipédiques » (qui sont au volume ce que le rectangle est à la surface) de 30 kg environ (ration quotidienne pour une bête avec une partie comprise pour la litière) et veulent donc déterminer les dimensions de leur botte – en fait leur Longueur – (du fait que la section (hauteur x largeur) est imposée par la machine, soit ici **14" x 18" : des pouces !**).

- Oui, la machine impose des dimensions en " « pouces » (avec 1 " = 2,54 cm) ; donc le volume sera en « pouces cubes » (un pouce cube vaut par calcul $\approx 16,387$ cm³ mais on adoptera la forme 1229/75 cm³)

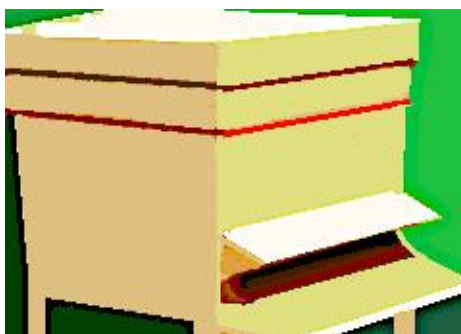
Vous avez les cartes en main pour déterminer la Longueur arrondie en pouces pour approcher au mieux les 30 kg par balle pressée.

**Ça y est !
C'est terminé pour aujourd'hui !**

**Ben voyons ! C'est ça !...
Bourreau d'enfants !**



**Meuh Non !..
Suffit de prendre
son temps !
Regardez ! Nous !**



Les Labouret économes

De bons comptes pour assurer une gestion de bon père de famille



Les Labouret reviennent du « grand marché » de **Papouille-le-Ptiot**. Il était temps ! Il semblerait que le temps se gâte : Allez ! Dépêchez-vous de rentrer car voyez venir tous ces nuages et...**toutes ces questions !**

1. La vente des pommes et boissons

- Vente sur les marchés la semaine : 2 petits à **Gratouille-...** et **Chatouille-...** et 1 grand à **Papouille-...**
Les Labouret vendent leurs pommes 2,50 €/kg et 3 kg 6€ ; aussi beaucoup de clients achètent 3 kg d'un coup. Compte tenu des pommes offertes çà et là, le prix de vente moyen au kg est le plus bas proposé...

Du coup, il est vendu en moyenne aux petits marchés par 1 vendeur quasi 3 kg de pommes par minute, (en prenant même le temps d'échanger des amabilités) ; à 2 vendeurs le « débit » est augmenté de 75%.

Sur les 4 heures passées sur les marchés face aux clients, on peut estimer que la cadence moyenne de vente horaire vaut les $\frac{3}{4}$ de celles énoncées juste avant, lors des bonnes semaines.

- **Calculez** combien il peut se vendre de centaines arrondies de kg de **pommes** en « bonne » semaine.

Sur l'année, **36** semaines pleines au maximum sont consacrées à la vente sur les marchés durant lesquelles la vente d'une semaine moyenne s'établit aux $\frac{2}{3}$ d'une « bonne semaine ».

Par ailleurs, il se vend du **jus de pommes** (ou cidre...) à raison d'un litre tous les 5 kg de pommes.

- **Vérifiez** que les Labouret sont alors en mesure d'écouler au moins 45 tonnes de pommes sur les marchés en une année et leur prorata de « jus ». **Calculez** enfin leur chiffre d'affaires résultant.

- Vente auprès de la Cantine du Collège et des restaurateurs à **Papouille-le-Ptiot** :

Le Collège de **Papouille-le-Ptiot** accueille en moyenne sur l'année 225 élèves à la cantine le midi.

- Etant donné qu'il leur est servi en moyenne sur une durée équivalente de 30 semaines par an, des pommes à 4 déjeuners sur 5, **calculez** combien de kg de **pommes** sont achetées au minimum par la **Cantine du Collège**. Les Labouret ont été choisis parmi les fournisseurs et leur en vendent un tiers :

- **Calculez** ce prix de vente additif à raison d'1,50 €/kg et rajoutez au même prix du kg ou du litre la vente de 1000 kg et 1000 litres de jus de pommes aux restaurateurs de **Papouille-...** (rappel : 2 kg / 9 **pommes**)

- **On établira alors la recette annuelle de la vente des pommes et dérivés en boissons**

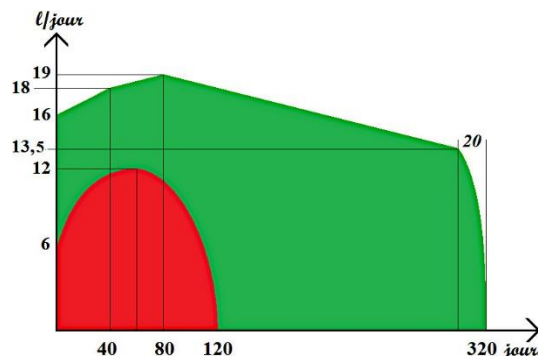
2. Production et commercialisation de fromages, œufs et miel sur les marchés et autres débouchés

Les Labouret disposent de 4 vaches laitières à maturité (**de race normande, il va de soi**)

D'une année à l'autre, quand 2 attendent un veau, **les 2 autres ont vêlé** et donnent donc du lait à la suite **durant 320 jours** ; ce qui permet de les « reposer » pour la lactation 1 an sur 2.

Leur production de lait est importante (sans battre non plus des records), puis se tarit progressivement...

Le graphique ci-contre montre combien une Vache produit du Lait et nourrit le veau qui est progressivement sevré au bout de deux mois (60 jours) avant de ne manger que de l'herbe.



➤ **Calcul de la production laitière annuelle exploitable :**

Le graphique a été « simplifié » en tranches pour lesquelles on détermine la moyenne de ℓ/jour selon la convention suivante :

Tranche trapézoïdale où la moyenne des ℓ/jour est le milieu des extrêmes ($0 \rightarrow 40j$; $40 \rightarrow 80j$; $80 \rightarrow 300j$) ou semi-courbe et là, la moyenne des ℓ/jour vaut $\frac{2}{3}$ de l'intervalle en hauteur ($0 \rightarrow 60j$; $60 \rightarrow 120j$; $300 \rightarrow 320j$).

Il suffit enfin de multiplier ces moyennes en ℓ/jour par les intervalles en jours et nous obtenons des litres !

➤ **Production fromagère et crémère :** A partir du résultat précédent (production de lait – celle consommée par le veau) arrondi à la centaine de litres, n'oubliez pas de multiplier celui-ci par deux vaches.

En mettant de côté la valeur de 15 $\ell/\text{semaine}$ pour les Labouret et leurs proches (Marcel Potiron !) et amis (vous arrondirez à la centaine de ℓ), ainsi que 200 litres de lait (1 ℓ équivalent sur le marché) établissez combien de litres par an vont servir à la confection de fromages « maison » ; à raison de 4 ℓ pour 1 kg de fromage, calculez le nombre de fromages de 250 g qui peuvent être vendus (2€/pièce) sur les marchés (à côté des pommes) et le prix de vente « crémier » final à l'année.

➤ **Vente d'œufs :** 50 poules pondent en moyenne 6 œufs chacune par semaine, soit une boîte de 6 œufs vendue 2 €. 90% de cette production est vendue ; calculez la valeur de cette vente par an.



Vente de Miel : Justin, frère d'Anselme, apiculteur à ses heures possède 20 ruches qui produisent 20 kg/an de miel chacune. $\frac{3}{4}$ de cette récolte est vendue en moyenne 10 €/kg. Calculez la vente annuelle de miel

➤ Les Labouret doivent se résoudre par ailleurs à vendre 2 veaux presque tous les ans : soit \approx 800 €/an.

Établissez finalement le chiffre d'affaires de vente de la production fromagère et fermière

5. Dépenses dédiées aux machines agricoles et aux engrais/semences/chauffage des bâtiments

➤ **Les tracteurs :** un « bon » tracteur acheté neuf 50 000 € est revendu 40% de ce prix au bout de 5 ans. On compte 4000 €/an d'entretien et assurance et en carburant 300 h/an \times 10 ℓ/h \times 0,6 €/ ℓ (arrondir aux milles Euros supérieurs la dépense de carburant, compte-tenu des fluctuations) Total par an pour ce tracteur ?

Rajouter 50% de cette dépense annuelle unité de dépense « machines » pour un petit tracteur d'appoint

➤ **Les machines auxiliaires de travaux :**

Différentes machines sont utilisées (sarcluses, faucheuses, ensileuses, andaineuses, lieuses...) et normalement il faudrait compter un budget annuel de 2 unités de dépense « machines » mais les Labouret arrivent à réduire ce budget d'une demi-unité grâce à leurs chevaux et bœufs nourris à l'avoine et au foin.

➤ Comptez donc le supplément annuel pour ces machines auxiliaires.

➤ Rajoutez finalement une demi-unité pour inclure dépenses d'outillage et autres dépenses d'entretien.

➤ **Dépenses annexes en énergie de chauffage des bâtiments et semences, engrais...** : 1500 €/mois

Totalisez le tout pour le parc de machines/outils agricoles et les dépenses de fonctionnement

6. Dépenses liées à la récolte et vente des pommes et produits sur les marchés

➤ **La récolte des pommes :** Les Labouret font appel à 6 saisonniers deux semaines par an qu'ils payent sur une base mensuelle de 1700 € bruts et de 44 semaines/an pour tenir compte des congés payés, salaire majoré de 50% pour englober les « heures sup » (!) ; enfin 2/9^{èmes} de charges patronales sont rajoutées. Calculez la dépense salariale à laquelle on rajoute 400 € de paniers repas et 100 €/semaine d'assurance.

➤ **Les taxes de Marché :** redevance mensuelle de 250 €/mois pour 1 jour de semaine à Gratouille-les-Choux et à Chatouille-aux-Bœufs et 500 € par mois à Papouille-le-Ptiot sur 8 mois (9^{ème} mois offert). Total/an ?

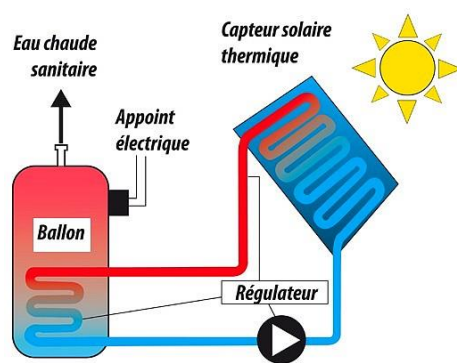
➤ **Les frais de transport professionnel à calculer** à raison de 6 000 km par an tant pour la Camionnette que la « Méhari » à respectivement 0,60 €/km pour la 1^{ère} et 0,40 €/km pour la 2^{nde}... Total des dépenses ?

7. Impôts/Taxes et subventions :

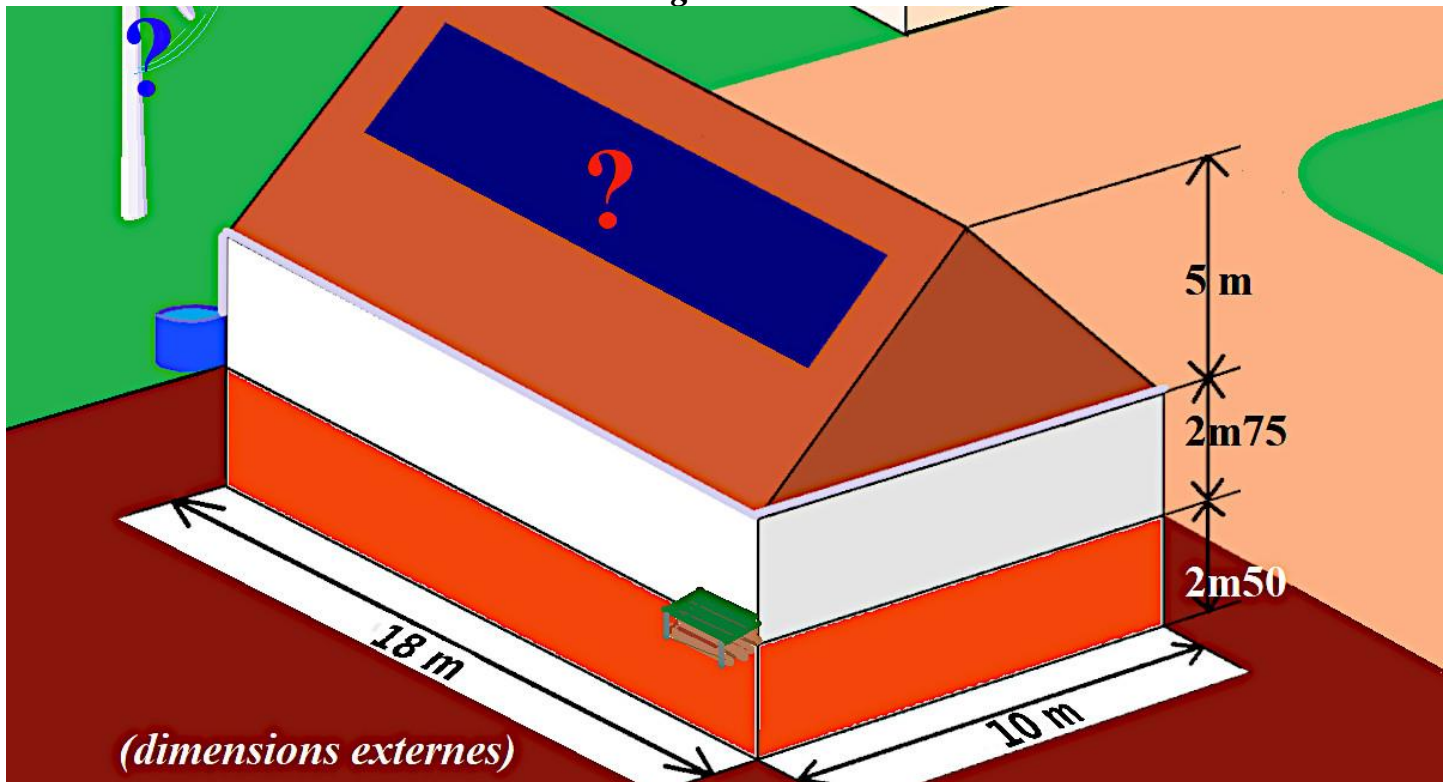
Cela se neutralise puisque 3000 € de part et d'autre sont fournis.

8. Faire le Bilan et déduire le budget disponible pour les dépenses des ménages Labouret (4 adultes et deux enfants, un chien, deux chats...), compte-tenu d'un salaire en plus pour la compagne de Justin qui travaille pour la Mairie de Chatouille-... en temps partiel 80% sur une base pleine de 1500 € net/mois.

Est-ce que cela vous paraît-il suffisant ? Vous pouvez faire une petite rédaction pour expliquer...!



Il y a le Soleil, le Vent et les Bois... De l'Énergie à bon escient



Bon d'accord : je ne vous ai pas redessiné complètement la Maison des Labouret, avec toutes ses jolies fenêtres, ses portes à croisillons, ses cheminées, etc... Mais enfin quoi, est-ce le Vent qui les a emportées !? Non, rassurez-vous !... Le dessin est simplifié pour mieux dégager les dimensions principales de cette maison (- Tu parles d'un flemmard, oui ! ...) – **Bon, on se calme !...**

Tout d'abord, reconnaissez que nous avons **changé d'orientation** pour présenter la façade principale **exposée au Sud** (ne voyez-vous pas au Nord un petit bout de pelouse dans la Cour ?), car si nous devons envisager des **panneaux solaires** c'est face au Sud que nous allons les disposer sur le toit incliné à 45°.

Par ailleurs au premier plan, **est représenté en brun la terre en coupe** pour montrer que la Maison dispose d'un sous-sol, **mais n'est pas représenté** (pour ne pas surcharger) un « **puits canadien** » qui aide à **rafraîchir la maison l'été et à la tiédir l'hiver en faisant circuler de l'air imprégné des températures tempérées du sous-sol...**

Enfin, nous avons commencé d'ébaucher sur le toit **une surface de panneaux solaires** qui se placeraient au-dessus des fenêtres du 1^{er} étage... Puis enfin, nous voyons que nous avons « planté » une **éolienne...** Quoi !? – Eh bien c'est ce dont nous allons discuter quant aux dispositions à prendre en **choix énergétiques ...**

9. Tout d'abord, économiser l'Énergie en concevant bien sa Maison et en soignant son isolation

Car il ne s'agit pas de mettre la Charrue avant les bœufs !...

Comment une Maison perd-t-elle l'énergie ? Par ses surfaces en contact avec l'extérieur (l'air et la terre) et selon un coefficient que nous appelons **U d'autant plus faible que les murs, dalle ou toit et les ouvrants sont bien isolés** ; de même la perte d'énergie augmente avec la **différence ΔT de température** avec l'extérieur.

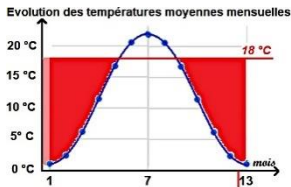
L'**énergie** perdue se calcule donc par : **$S(m^2) \times U(W/m^2/K) \times \Delta T(^{\circ}C) \times durée(mois, jours, heures, s,...)$** et s'exprime donc en Wxmois ou Wxjours ou plus couramment **en kWh** (« kilowattxheure ») (le **K** est un **°C**)

Ainsi, nous allons vous indiquer les coefficients **U** pour chaque partie de la Maison dont vous devrez calculer les **surfaces de transition avec l'extérieur** en vous plaçant **au milieu des murs et toiture** – **mais bonne âme, nous vous indiquons les dimensions à prendre en compte pour bien saisir la ½ épaisseur !)**

Côtes moyennes passant au milieu de l'épaisseur des murs de 40 cm :

	Longueur	Largeur	Hauteur/sol	U (W/m²/K)
Murs ext	17,6 m	9,6 m	2,75 m	0,2
Fenêtres		10 m²		1
Portes		8 m²		1
Dalle au sous-Sol	17,6 m	9,6 m		0,1
Murs enterrés	17,6 m	9,6 m	2,5 m	0,1333333
Toiture	17,6 m	9,6 m		0,125

Vous calculez les surfaces et les multipliez par leur coefficient U correspondant : **pour le Toit incliné à 45°, l'astuce consiste à effectuer une projection inverse de la surface au sol** ; quant aux fenêtres et portes, on vous donne directement les surfaces. **Vous additionnez vos produits**, puis **majorez** le Tout d'une marge de 10% en **arrondissant le résultat final à un multiple de 5**, soit le **SxU** global exprimé en **W/K**.



➤ Pour connaître l'énergie dépensée, il faut connaître le profil des températures moyennes (jour/nuit) en cours d'année et combler la différence avec 18°C qui reste une température intérieure raisonnable.

Pour inclure la durée, c'est la surface en rouge qui donne des $\Delta T \times \text{mois}$ à chauffer, transformés ensuite en $\Delta T \times \text{jours}$ (1 mois = 365j/12) puis $\Delta T \times \text{heures}$ (1 jour = 24h). Notre hypothèse d'évolution entre 1°C et 21°C a donné un résultat de 2578 °C×jours, raisonnable donc par rapport à la «DJU» estimée (en 2010) à 2500 °C×jours dans la région.

Multipliez le **S×U** précédent par le **$\Delta T \times h$** (24h/jour !) et vous avez l'Energie nécessaire de chauffage/an.

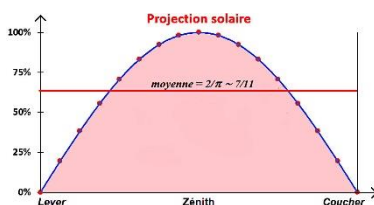
10. Discussion quant aux énergies (dites) renouvelables à notre portée (☞ suite également au Corrigé)

Les plus connues : le Solaire (le Photovoltaïque moins évident pourtant que le thermique) puis l'Eolien. En dehors des polémiques sur les nuisances éventuelles, expliquons pourquoi dans un pays tempéré, aux fluctuations météorologiques et climatiques, (au contraire du Sahara !) la maîtrise de ce type d'énergies renouvelables (produisant surtout de l'électricité) est tout sauf évidente...

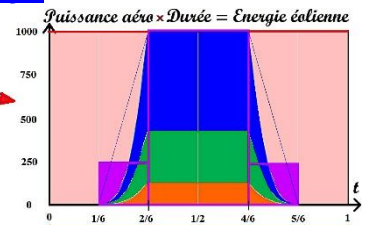
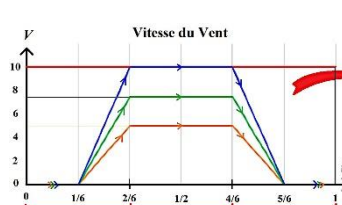
Autant, il est facile de recourir selon le besoin à une production continue à 100%, 75% ou à des réservoirs d'énergie tels les barrages hydro-électriques, autant le jeu du « Cache-cache Soleil » ou le « Ça dépend s'il y a du Veeent ! (hommage à Fernand Raynaud !) » risque fort de (nous) taper sur le système !

Il ne vous a pas échappé que le Soleil, « y en a » le jour pas la nuit, l'été plus que l'hiver, les jours lumineux mais les jours « plombés » ☹... Tout ça peut faire des écarts de 1 à 8 entre deux semaines antagonistes...

Quant au Vent, sachez que sa production dépend de sa vitesse élevée au cube : si vous avez deux fois moins de vent par exemple, vous avez alors $2^3 = 2 \times 2 \times 2$ soit 8 fois moins d'énergie.



Ces deux graphiques montrent comment varie ou fluctue en permanence ces deux types d'énergie



Un panneau solaire d'une puissance maxi d'1 kW ne produira en moyenne en France que 1000 kWh/an (rappel : $365 \frac{1}{4} \times 24h = 8766 h$!) et une éolienne fournira par an au mieux 20% de sa $\mathcal{P}_{\text{max}} \times 8766h$:

Démonstration : La projection solaire (graphique ci-dessus) sur la journée fait multiplier par $2/\pi$ ($\approx 7/11$) le maximum étalé sur 12 h par jour sur les 24h, par un 97% moyen / inclinaison de la Terre, puis par 50% au mieux (nuages, vapeur d'eau), puis par 75% qui corrige le rendement maxi en moyen, plus faible à cause du froid, lumière rasante ou faible... $1kW \times 7/11 \times 97\% \times 8766h/2 \times 50\% \times 75\% = 1015 kWh \approx 1000 kWh$.

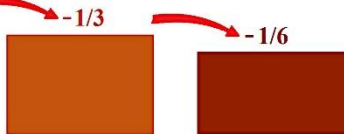
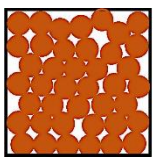
Le Vent ? Regardez les portions de surface (bleu ou vert ou orange) comparées à 100% (rectangle rose !)

En raison des besoins qui diffèrent de l'offre réelle en cours d'année, il faut même en auto-suffisance surdimensionner d'un facteur deux à trois (voir Corrigé) le calcul basé sur la « moyenne » annuelle, à cause des écarts de 1 à 8 (autour de 3 comme moyenne) Non-sens économique comme écologique !

Le Solaire thermique – qui sert avant tout pour l'eau chaude mais aussi avec force astuces et savoir-faire peut contribuer au chauffage – est moins aberrant avec des panneaux qui présentent un rendement 3 à 4 fois plus élevé (75% contre 20 à 25%) en économisant matières premières rares et polluantes à recycler.

Les Labouret pourraient recourir à la Géothermie, la Pompe à chaleur – assez compliqué... – au Biogaz par « méthanisation » de leurs effluents bovins – mais risque de pollutions et nuisances olfactives si mal maîtrisée ? – Non, ils font appel au bois de chauffage car les chaudières modernes et leur raccord à un chauffage central individuel sont un indéniable progrès par rapport aux antiques cheminées...

11. Chauffage au Bois et coût de revient



Les Labouret se procurent du bois à 100 € le Stère de bois (empilé dans un m^3 de volume) – Hêtre, Charme... (prix prudemment majorés). Le bois livré a une masse volumique d'environ 900 kg/ m^3 et occupe $\frac{2}{3}$ du Stère en volume plein ; il perd ensuite $\frac{1}{6}$ de sa masse une fois bien sec pour donner alors 4 kWh/kg quand il brûle.

- Calculez la masse de bois sec contenu dans un Stère, et l'énergie en kWh qu'il dispensera alors.
- Calculez alors le coût (au plus) du kWh de bois brûlé et comparez avec les 6 à 8 centimes du kWh de Gaz
- Le rendement très bon de l'installation de chauffage est de 88%, ce qui vous permet d'en déduire l'énergie en bois brûlé à fournir pour avoir l'énergie requise de chauffage (arrondir à $\times 100$ kWh) et son coût annuel.



Mais où est passé Dada ? Ne nous perdons pas en chemin



Ce matin de bonne heure, **Maman Labouret** a laissé ses instructions à ses enfants comme elle doit s'absenter toute la journée pour suivre une formation alors que les hommes sont également en déplacement... Les enfants ont de quoi s'occuper : ils devront ranger leur chambre ainsi que le grenier à l'étage où ils vont jouer, puis iront cueillir les radis et les fraises du potager, compléteront la nourriture des poules et des canards et ... **Ça va ! Il n'y a pas le feu ! ils ont toute la journée pour cela (Hum !)** ... **Oui quoi, Vive les Vacances !**

Bon, tout juste après le départ de leur mère, ils sont allés dire bonjour aux chevaux : **les 2 chevaux de trait** et **Dada le pur-sang** qui se prend un peu pour une vedette, et ça les fait bien rigoler... Mais très vite, ils remontent à leur chambre où ils ont du ménage à faire mais aussi... pouvoir lire leurs magazines favoris (!)



« Houlà ! Bientôt midi ! Il est temps d'aller au potager ! » ...

... Ah ben tiens ! Vous êtes déjà là les poules ? Ça va bien ? Vous vous débrouillez bien sans nous !

– Bon Bébert... Tu fais les radis et moi les fraises.

– Pourquoi pas l'inverse ?

– Parce que t'es trop gourmand ! ...

« Bon, après manger, on retourne voir les chevaux ! »

Bientôt 14 heures... « Serait peut-être temps d'y aller ! »

Misère, on a laissé sa porte ouverte... Plus de Dada !

Oh la laa... On va s'faire disputer si on le retrouve pas !

Ah bien sûr les chevaux, pouvez-vous nous dire où est-il parti ce coquin ?



Nous sommes au tout début d'Été : à 14 h, il est Midi au Soleil et les ombres au sol sont les plus courtes de l'année (comparer avec les ombres du chapitre 7 où nous étions à l'Equinoxe du Printemps)

• Que signifie « Equinoxe »

• Nommez l'appellation du jour « où les ombres sont les plus courtes »



• En sortant de l'écurie les enfants partent au Sud chercher Dada... **Vers quelle partie du domaine se dirigent-ils ?** (Voir illustration du domaine au chapitre 6)

Après dix minutes d'inspection où ils se sont répartis les rôles, les enfants se retrouvent à nouveau dans la cour de la ferme : « Rien ! Toujours Rien ! »

« Bien sûr, les canards, vous êtes au courant de rien ! » ...

« Bon, il est le temps d'aller voir du côté des vaches, dans les prés ! Ah si elles pouvaient parler !

Au bout d'un moment, toujours bredouilles !

Il n'y a pas de doute : Dada a quitté le domaine !

« Mais par où est-il parti !? »

Cependant, à bien observer la brave vache et son veau, elle semble indiquer la direction... Si de plus, on sait interpréter ses meuglements, voyez ce qu'elle nous dit :

- Comment interpréter sa pensée à propos des ombres ?
- Quelle direction relativement précise a dû prendre Dada, étant donné que cela se passait entre 8 h et Midi ?

Les enfants estiment ne pas devoir s'attarder davantage...

Pas de doute, il faut prévenir leurs parents... Mais qu'est-ce

qu'ils vont se faire disputer ! A moins qu'ils essaient de contacter un adulte un peu plus compréhensif... Peut-être bien que **Marcel Potiron** saurait les conseiller ! Après tout, il a déjà gardé Dada dans le passé...

- Vous vous souvenez bien sûr qui est Marcel Potiron... Où loge-t-il ? Cela vous semble plausible qu'il sache où est Dada ? Eh bien Non ! En effet ...

« Désolé, les enfants, je ne sais absolument pas où est Dada... **Votre Oncle ne me l'a pas confié entre-temps depuis ce matin !** Pensez donc ! Bon... Patientez un peu, il va peut-être rentrer de lui-même...

Je ne peux pas quitter mon lieu de travail, j'ai un convoi exceptionnel dont je dois m'occuper cet après-midi...

Faites surtout très attention si vous prenez vos vélos pour aller sur la route, et surtout pas trop loin ! » ...



Au bout d'une ½ heure, les enfants n'y tiennent plus et enfourchent leur vélo pour s'aventurer en dehors du domaine...

« Prudence, prudence a dit Onc'Marcel ! »

Dommage, ils n'entendent pas le téléphone sonner à ce moment ! ...

Bon, aidons-les un peu dans leurs pérégrinations et procédons par élimination : Voyez-vous Dada s'aventurer dans le village sans que cela ameute la population ? Non, bien sûr !

À l'Est... RAS ! Les enfants n'insistent pas ...

- Il reste deux directions pour contourner le

village : lesquelles ?

- D'après les dimensions du domaine (réviser chapitre 6), quelle distance entre sa sortie et la voie ferrée ?

Les voilà arrivés au Carrefour...

Bon, à droite de celui-ci, la voie qui remonte

vers la Gare de **Chatouille-les-Bœufs**

Et devant eux, la route qui passe sous la voie ferrée...

- Quelle direction celle-ci prend en particulier ? *(On vous a enlevé le panneau indicateur, car trop facile !)*
- Si vous observez bien, un petit indice pour vous indiquer la direction qu'aurait pu avoir pris Dada... Le voyez-vous ?

Leur regard porte au loin... N'est-ce pas un enclos qui se trouve dans la prairie d'en face ?...

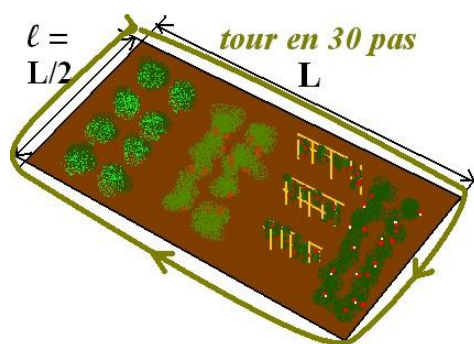
Eh bien là, nous allons laisser là nos petits amis, d'autant plus qu'ils ont promis de ne pas s'aventurer trop loin (ils doivent rester à moins d'un kilomètre de chez eux) ...

Je vous laisse répondre aux questions et faire appel ensuite à votre imagination pour imaginer une fin heureuse et originale (Ben tiens !) à cette histoire de Dada en vadrouille...

Rendez-vous au « Corrigé » !



Les Corrigés



Ribouldingue le Lièvre et Rosalie la Tortue

Le choix des bonnes unités pour mesurer, convertir les distances, les vitesses, etc...

Préambule fondamental au calcul :

Pourquoi parle-t-on de mètres pour une distance ou de kilomètres par heure pour une vitesse 😊 (et non pas de kilomètres.heures comme on l'entend dire ☹) ... ? Comment convertit-on les mètres par seconde (ou pourquoi pas les centimètres par minute) en kilomètres par heure ?

Vous conviendrez que cela peut vite tourner au cauchemar si nous n'adoptons pas une fois pour toutes une règle universelle !

Alors voici la Règle fondamentale : « Les unités se multiplient à leurs valeurs associées » *

(*) Rappelons que la division équivaut tout aussi bien à la multiplication par l'inverse...

De surcroît, ainsi multipliées de la sorte valeurs et unités, leur « produit » (qui est l'autre terme de la multiplication) représente de façon unique la grandeur représentée à bon escient.

Par exemple « 3 kilos » ne veut rien dire d'autre que trois mille (3000) et certainement pas trois kilos de patates ou de carottes. En effet, par mauvais usage de la langue parlée, on assimile les kilos aux kilogrammes indiqués par une balance qui effectue la pesée (un exemple de mesure parmi d'autres) alors qu'avec un peu d'imagination il pourrait aussi bien s'agir d'un champ de pommes de terre qui s'étend à perte de vue, à savoir par exemple sur... 3 kilomètres.

Kilo veut seulement dire « Mille » (écrit « 1000 » en langage mathématique) d'après son origine grecque.

Ainsi, pour en revenir à la règle de la multiplication obligatoire entre valeurs et leurs unités de mesure :

Ecrire « 3 km = 3000 m » n'aurait aucun sens sans unités associées puisque 3 n'a jamais fait 3000

C'est bien parce que 3 km vaut bien $3 \times \text{kilo} \times \text{m}$ que nous obtenons par égalité $3000 \times \text{m}$

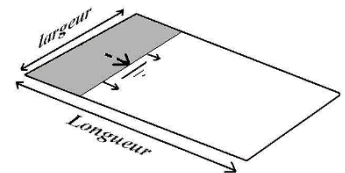
Enfin 3 kilogrammes ne sont pas 3 kilomètres, au même titre que, par exemple, 3×5 ne sont pas 3×7

De même, en passant à l'étape suivante, on comprend mieux pourquoi une surface s'exprime en « mètres carrés » écrits m^2 et non pas en simples mètres

➤ Ainsi donc la Surface d'un Rectangle de 10 m de Longueur et 4 m de largeur s'écrit :

Surface = $(10 \times \text{m}) \times (4 \times \text{m}) = (10 \times 4) \times (\text{m} \times \text{m}) = 40 \times \text{m}^2$

(puisque toute grandeur multipliée par elle-même s'écrit elle-même « au carré » comme par exemple $3 \times 3 = 3^2 (= 9)$)



Le balayage de la Longueur par une largeur couvre la Surface

➤ De même, toute grandeur multipliée une deuxième fois par elle-même s'écrit alors « au cube » et cela serait par exemple un Volume construit sur une même longueur de côté, exprimé en $\text{m} \times \text{m} \times \text{m} = \text{m}^3$; au même titre qu'on écrit par exemple $5 \times 5 \times 5 = 5^3 (= 125)$

Remarque : Dans l'écriture qui élève « au carré » aussi bien qu'« au cube », respectivement « 2 » et « 3 », les nombres 2 et 3 font office de puissance et correspondent chacun au nombre de dimensions de l'objet.

□ Une fois admise la règle fondamentale, les conversions d'unités deviennent plus évidentes et vont de soi :

Exemple : Un Cycliste effectue sur le plat [un tour complet de pédaler à la seconde] avec un développement de 10 mètres sur le « grand braquet ». A supposer qu'il tienne la cadence durant une heure, combien aura-t-il parcouru de km ? *Autrement dit, quelle sera sa vitesse moyenne exprimée en km/h ?*

Posons la multiplication et simplifions : $1 \text{ tour/sec} \times 10 \text{ m/tour} = 10 \text{ m/s}$ qui est ici une vitesse instantanée

Ensuite, puisqu'il nous faut à la fin des km/h, comme 1 est l'élément neutre pour les multiplications/divisions, nous multiplions 10 m/s par $[(\text{km/h}) / (\text{km/h})]$ (ce qui équivaut bien à $10 \text{ m/s} \times 1 = 10 \text{ m/s}$, inchangé, *puisque toute chose divisée par elle-même fait Un*)

Commuons ensuite l'écriture en $10 \text{ m/s} \times \text{km/km} \times \text{h/h}$, avec la règle du calcul des fractions (division devenue multiplication par l'inverse, par exemple) et regroupons les unités de même grandeur : $10 \text{ m/km} \times \text{h/s} \times \text{km/h}$

Puisque $1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$, il reste $10 \times 1/1000 \times 3600 \text{ s/s} \times \text{km/h}$ soit $36000/1000 \text{ km/h}$ ce qui fait 36 km par heure

Revenons donc à nos moutons ou plutôt à notre lièvre, notre tortue, voire à notre Marcel bipède...

➤ **Distance entre le cabanon et la barrière du pré** (où se trouve Dada le canasson qu'il ne faut pas oublier)

Marcel Potiron a compté un jour 450 pas aller-retour (p'tet ben 448 ou 452 allez savoir...disons donc 450)

Ce n'est pas sorcier d'en déduire que la distance fait la moitié de 450 pas, à savoir **225 pas**.

« C'est alors que certains protestent : oui... mais les pas de Marcel ne sont pas forcément les miens, ni les vôtres, ni ceux de la petite Noémie de 3 ans... ! »

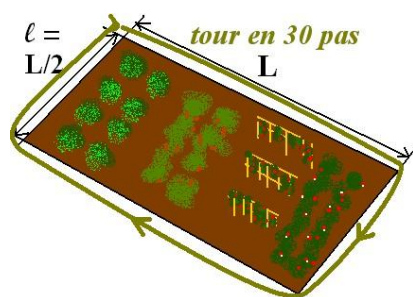
Eh bien, vous avez compris pourquoi en sommes-nous arrivés à fixer des étalons de mesure au cours des siècles, puis à rechercher des étalons universels et non pas des étalons tels ceux basés sur le pied du Roi de Globulmatie qui n'est pas celui du suzerain de la Boulderie, etc...

Voilà pourquoi fut choisi et déterminé le **mètre** basé sur une division de la circonférence terrestre

(Ce qui fut fait à la suite de l'expédition scientifique menée par Delambre et Mechain, de 1792 à 1799 entre Dunkerque et Perpignan, en utilisant les méthodes de **Géodésie** (« maillage de la Terre ») mises au point par l'Abbé Jean Picard au XVIIème siècle et de la résolution par **Triangulation**).

Le nom de « mètre » fut un choix audacieux puisque signifiant « mesure » d'après le grec « metron »

Passons donc à l'étape suivante...



➤ **Mesure du pas de Marcel**

Marcel fait le tour de son potager rectangulaire en 30 pas ; ce qui veut dire littéralement que le « **périmètre** » (« mesure du tour ») de celui-ci fait 30 pas.

En lisant bien l'énoncé du problème, la **longueur** du rectangle fait **8 mètres** et la **largeur** la moitié, à savoir la moitié de 8 mètres donc **4 mètres**. Jusque là...

Le périmètre s'écrit (il suffit de traduire le dessin) $p = 2 \times (L + l)$ soit un périmètre de $2 \times (8 + 4) \text{ m}$ ou $2 \times 12 \text{ m}$ soit **24 m**

➤ La conversion du pas de Marcel s'écrit : $24 \text{ m} / 30 \text{ pas}$ soit **0,80 m/pas**

➤ **Distance exprimée en mètres** : $225 \text{ pas} \times 0,80 \text{ m/pas}$ (« pas » divisé par lui-même fait Un) = **180 m**

➤ **Calcul des vitesses respectives de Rosalie et Ribouldingue**

La vitesse fait intervenir à la fois la notion de distance et de durée combinées entre elles, mais comment ?

La distance, nous la connaissons : c'est la même pour nos deux protagonistes : à savoir 180 m

La durée, si nous relisons bien l'histoire, a été d'une heure pour **Rosalie**, partie aux trois coups d'horloge puis arrivée enfin aux 4 coups suivants qui marquent les 4 heures : 4 heures – 3 heures = 1 heure ou 60 minutes ou $1 \text{ h} \times 60 \text{ mn/h} \times 60 \text{ s/mn}$ font $60 \times 60 \times \text{s}$, soit encore 3600 s (il s'agit de vous entraîner à bien poser vos conversions successives, sur cet exemple de durée)

Pour **Ribouldingue**, 12 secondes ont suffi à parcourir la distance : vous vous doutez bien que c'est lui qui va nettement plus vite que la Tortue, à laquelle il faut 3600 s, et par conséquent vous en déduisez que :

la vitesse s'obtient en divisant la distance par la durée ; elle est d'autant plus grande que la durée est courte.

- Ainsi : **Rosalie** effectue du 180 mètres par heure mais comme cette unité de m/h n'évoque pas grand chose, effectuons plutôt la division de $180 \text{ m} / 60 \text{ mn}$ soit une vitesse de **3 m par minute** (« 3 mètres à la minute » peut se dire aussi) mais également $(3 \times \text{m}) / (60 \times \text{s})$ ou $(300 \times \text{cm}) / (60 \times \text{s})$ ce qui fait $300/60 \times \text{cm/s}$. Cette dernière conversion permet de trouver que la « cadence » de Rosalie à **5 cm/s** est plausible. Non ?

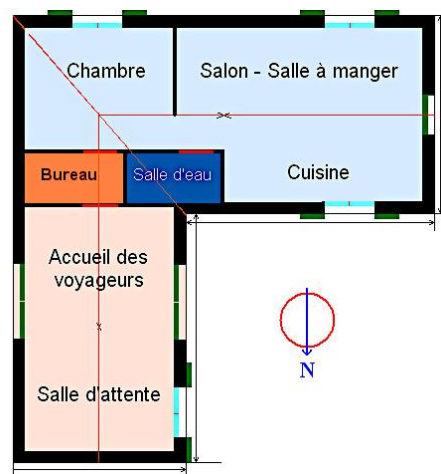
- **Ribouldingue** a fait $180 \text{ m} / 12 \text{ s}$ soit une vitesse de **15 m/s**. Pour que cela soit parlant, convertissons en km/h en appliquant la méthode décrite à la fin du préambule, page précédente :

$$15 \text{ m/s} \times \text{km/km} \times \text{h/h} = 15 \text{ m/s} \times \text{km}/1000\text{m} \times 3600\text{s/h} = 15 \times 3,6 \times \text{km/h} \text{ soit une vitesse de } 54 \text{ km/h.}$$

Un lièvre avec les chiens aux trousses - ou paniqué comme **Ribouldingue** - peut effectivement atteindre cet ordre de vitesse...

Pour finir, petit rappel de préfixes d'unités pour s'y retrouver par la suite :

10 ^	9	6	3	2	1	0	-1	-2	-3	-6	-9
grec	Giga	Méga	kilo	hecto	déca	mono	déci	centi	milli	micro	nano
français	Milliard	Million	Mille	cent	dix	Un	dixième	centième	Millième	Millionième	milliardième
numérique	1 000 000 000	1 000 000	1 000	100	10	1	0,1	0,01	0,001	0,000001	0,000000001



Marcel Potiron et son domaine

Savoir découper les surfaces pour mieux les additionner

Préambule :

En effet, à la manière d'une *couturière* d'antan qui savait dessiner-découper son « patron » (en papier !) pour calculer la surface de tissu nécessaire, plutôt que de tenter de nous souvenir de tout un tas de formules, pensons à ramener la plupart des surfaces à une succession de rectangles, triangles dont vous avouerez qu'il est enfantin d'en calculer les surfaces respectives, qu'il suffira ensuite d'additionner ou soustraire...

Si nous avons affaire à des surfaces courbes, nous les découperions en ellipses ou ½ ellipses. Et une ellipse ? Ce n'est guère qu'un cercle qu'on aurait étiré sur un côté. Et le cercle ? ... Patience !

Le potager de Marcel aux ressources cachées

- Commençons par calculer la surface intérieure rectangulaire du potager : ici rien de sorcier puisqu'il suffit de faire le produit (c.à.d la multiplication) de la longueur Li de 8 m par la largeur li de 4 m, ce qui donne Surface $Si = 8 \text{ m} \times 4 \text{ m} = 8 \times 4 \text{ m} \times \text{m} = 32 \text{ m}^2$.

Rappel du préambule du chapitre 1 résolu : les unités (ici les mètres) se multiplient en même temps que les valeurs qui les accompagnent, voici pourquoi une longueur \times largeur (ou hauteur) donne une surface en m^2 (ou dm^2 ou cm^2 ... c'est le 2 « carré » qui est ici important ; c'est le « mètre carré » qui devient unité de surface)

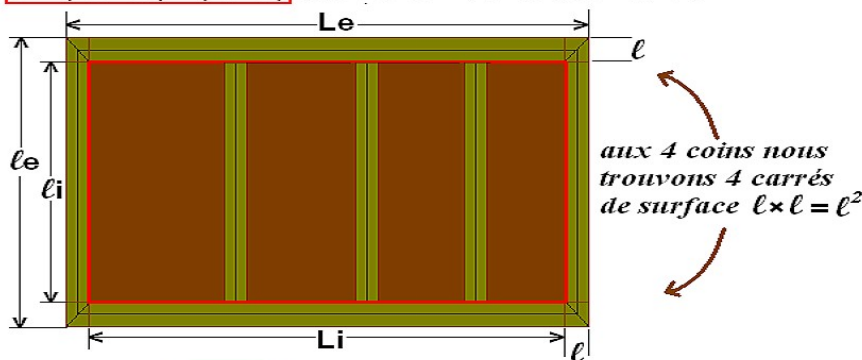
Tout caractère chiffre-nombre ou lettre-mot multiplié par lui-même devient écrit « au carré » à savoir $()^2$

- Enlevons ensuite 3 bandes internes de hauteur 4m (la « hauteur » ici assimilée à la largeur li du potager) et largeur propre de 50 cm (soit 0,50 m) pour trouver à retrancher $3 \times 4 \text{ m} \times 0,5 \text{ m} = 6 \text{ m}^2$, quelle que soit la position des allées-bandes intérieures parallèles du moment qu'elles sont contenues au sein du potager

Conclusion : la surface cultivable du potager de Marcel est initialement de $(32 - 6) \text{ m}^2$ soit 26 m^2

- Surface occupée par l'allée d'une largeur de 50 cm qui fait le tour du potager

$$S = (Le \times le) - (Li \times li) \text{ avec : } Le = Li + 2l ; le = li + 2l$$



$$\begin{aligned} \text{Donc } S &= ((Li + 2l) \times (li + 2l)) - (Li \times li) \\ &= ((Li \times 2l) + (li \times 2l)) + (2l \times 2l) \\ &= 2l \times (Li + 2l + li) \\ &= 2l \times ((Li + l) + (li + l)) \\ &= l \times 2((Li + l) + (li + l)) : \text{somme de 4 surfaces de trapèzes de "hauteur" } l \\ \boxed{S = l \times \text{périmètre moyen}} \end{aligned}$$

C'est là que typiquement il faut se souvenir du bon précepte de la « Couturière » et ne pas foncer à calculer le périmètre \times largeur ($\frac{1}{2} \text{ m}$) car on peut se tromper sur le bon périmètre à prendre en considération.

Au chapitre 1, nous avons adopté le périmètre intérieur, à savoir $2 \times (Li + li)$ qui fait la distance de $2 \times 12 \text{ m} = 24 \text{ m}$.

< Nous allons voir ci-contre, que c'est en adoptant la méthode plus sûre de soustraction de surfaces « $Se - Si$ » qu'on voit qu'il s'agit de se placer au milieu de la bande (ou de l'allée) pour retrouver le même bon résultat :

$$\begin{aligned} Se - Si &= (9 \times 5 - 8 \times 4) \text{ m}^2 = 13 \text{ m}^2 \\ &= 26 \text{ m} \times 0,5 \text{ m} = 2 \times (8,5 + 4,5) \text{ m} \times 0,5 \text{ m}. \end{aligned}$$

Et 13 m^2 ne sont pas négligeables !

N.B : Entraînez-vous à retrouver par le dessin la formule de surface d'un trapèze (rappelez-vous, de découper celui-ci en rectangle et triangle(s) et rassembler vos petits !) quant au résultat de surface de la « périphérie », nous venons tout simplement d'extrapoler au rectangle l'identité remarquable : $a^2 - b^2 = (a+b) \times (a-b)$

- Si donc Marcel réduit de moitié la largeur de toutes les allées, soit 25 cm au lieu de 50 cm, il va disposer, une première fois, une nouvelle surface intérieure de $8,5 \text{ m} \times 4,5 \text{ m}$ soit $Si' = 38,25 \text{ m}^2$ à laquelle il enlève (attention pas de précipitation !) $3 \times 4,5 \text{ m} \times 0,25 \text{ m} = 3,375 \text{ m}^2$, soit au final une nouvelle surface cultivable de $(38,25 - 3,375) \text{ m}^2 = 34,875 \text{ m}^2$ soit un gain de $(34,875 - 26) \text{ m}^2 = 8,875 \text{ m}^2$ (On arrondira après)

$8,875 \text{ m}^2$ « par rapport à » (ce qui veut dire la même chose que « divisé par ») 26 m^2 donne un résultat de $8,875 / 26 \approx 0,34$ ou **34%** (« % » n'est autre qu'une division par 100)

En conclusion la réduction de la moitié en largeur de toutes les allées fait **gagner un bon tiers** supplémentaire de surface cultivable. Ben vrai alors ! Marcel va avoir du boulot à bêcher tout ça en plus !

Gare de Gratouille-les-Choux et sa dépendance

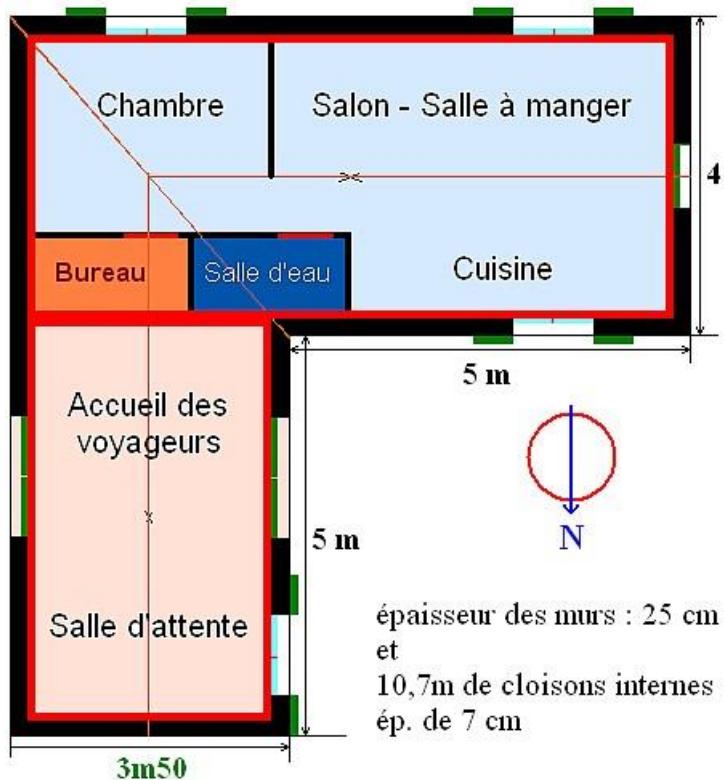
Avant de procéder au calcul de surface, observons et déduisons :

La construction s'étend extérieurement d'Est en Ouest sur $(3,5+5) \text{ m} = 8,5 \text{ m}$; 4 m du Nord au Sud

- Ce qui nous donne une première surface rectangulaire extérieure $S1 = 8,5 \text{ m} \times 4 \text{ m} = 34 \text{ m}^2$
Puis cette construction se complète vers le Sud sur 5 m, sur une largeur d'Est en Ouest de $3,5 \text{ m}$
- Ce qui nous donne une seconde surface rectangulaire extérieure $S2 = 5 \text{ m} \times 3,5 \text{ m} = 17,5 \text{ m}^2$

□ Il nous suffit d'additionner ces deux surfaces jointives pour obtenir la surface complète extérieure au sol :
 $Se = S1 + S2 = 34 \text{ m}^2 + 17,5 \text{ m}^2 = 51,5 \text{ m}^2$

□ Pour procéder au calcul de la surface disponible (qui n'est autre que la surface « hors les murs ») il suffit juste d'un peu d'application en transposant correctement les rectangles vers l'intérieur.



Les rectangles sont marqués **en trait rouge** (épais)

$S1$ devient $S1' = (8,5 - 2 \times 0,25) \text{ m} \times (4 - 2 \times 0,25) \text{ m}$ qui fait donc $8 \text{ m} \times 3,5 \text{ m} = 28 \text{ m}^2$

$S2$ devient $S2'$ de largeur $(3,5 - 2 \times 0,25) \text{ m} = 3 \text{ m}$ et de longueur (ou hauteur) : $(5 - 0,25 + 0,25) \text{ m} = 5 \text{ m}$ car il s'agit de rattraper l'épaisseur du mur pour venir rejoindre le rectangle rouge supérieur.

Par conséquent $S2' = 5 \text{ m} \times 3 \text{ m} = 15 \text{ m}^2$

La surface intérieure – avec cloisons – fait donc $28 \text{ m}^2 + 15 \text{ m}^2$ soit 43 m^2

La **surface disponible** s'obtient en retirant à la précédente la valeur de $10,7 \text{ m} \times 7 \text{ cm}$ (ou $0,07 \text{ m}$)

Soit $(43 - 0,749) \text{ m}^2$ arrondie à **$42 \text{ m}^2 \frac{1}{4}$**

□ **Estimation de la superficie de la chambre**

L'exercice est un entraînement à l'exploitation d'un plan ou d'une carte d'après l'échelle

On admettra que la chambre fait 3 m Est > Ouest et 2,5 m du Nord > Sud, soit **$7,5 \text{ m}^2$ de surface**

□ **Pourquoi la Gare occupe-t-elle moins de surface que sa dépendance ?**

Ben pardi ! Parce que la gare, on la traverse, et la dépendance, on y habite !

Le pré à Dada

Un dessin complété vaut mieux qu'un long discours ...

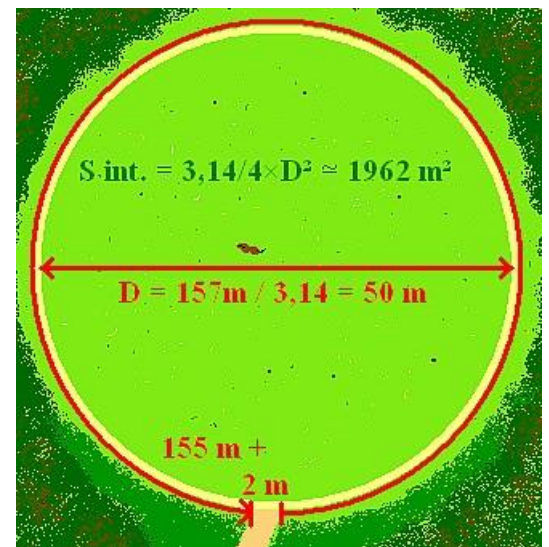
Pourquoi calcule-t-on en premier un **périmètre** de **157 m** ?

Car en partant du 1^{er} pieu, il faut atteindre le 2nd pour atteindre 1 m, puis le 3^{ème} pour 2 m, etc... jusqu'au 156^{ème} pour atteindre 155 m, auxquels on rajoute les 2 m du portail.

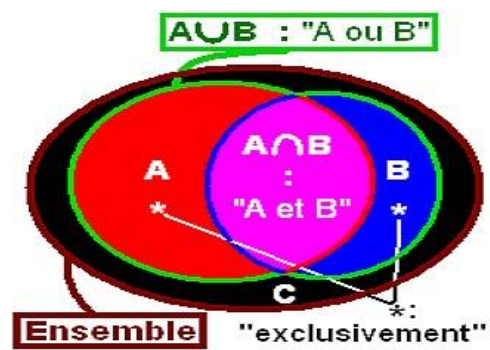
- Nous appliquons les formules où intervient le nombre π (Pi) que nous avons simplifié en 3,14 et donc, par comparaison avec le carré qui aurait D pour côté et pour lequel il faut diviser le périmètre par 4, nous avons calculé un diamètre de 50 m et une surface approchée de **1962 m^2** (maintenant, vous savez tout !).

- Comme Dada n'en a jamais assez, il sait tendre le cou de **50 cm de tous les côtés** et le **diamètre** devient $(50 + 2 \times 0,5) \text{ m} = 51 \text{ m}$

Si le diamètre progresse de 2% ($1/50$) la **surface gagnée sera de 4%** à peu de choses près ($1,02^2 - 1 = 0,0404$ ou 4,04%).



4% me direz-vous ? « Oui mais ça n'a pas de prix ! » pense bien Dada...



Marcel et son cousin Anselme

Quand partager revient à fractionner et rassembler

Préambule au calcul de fractions :

Partager équitablement revient à faire des parts égales, *en absolu cela s'entend* car cela pourrait tout aussi bien s'entendre « *relativement* » où, par exemple, on accorderait une part « *raisonnablement plus grosse* » à un « *grand gaillard affamé* » que celle dévolue à une « *brave Dame au régime* (☺) ».

- On commence donc par faire une division – qui n'est que l'inverse de la multiplication – ...
- Faire progressivement des parts plus petites, c'est *enchaîner les Fractions... Multiplier les divisions... Vous suivez toujours ?*

Exemple : faire 6 parts c'est le plus directement diviser par deux ($\div 2$ ou $\times \frac{1}{2}$ puisque $\frac{1}{2}$ est l'inverse de 2) puis diviser chaque moitié par 3 c'est ainsi qu'on obtiendra 6 parts égales valant chacune $\frac{1}{6}$ ^{ème} de l'origine :

Mathématiquement cela s'écrit : $(1 \div 6) \frac{1}{6} = (1 \div 2 \div 3) \frac{1}{2 \times 3}$ soit encore $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ (où ici $\frac{1}{3}$ est l'inverse de 3)

- Ainsi une fraction est l'obtention d'une part résultant d'une division : $1/D$ est le résultat de 1 divisé par D
On peut rassembler plusieurs parts égales entre elles :
 N parts valant chacune $1/D$ deviennent rassemblées : $1/D + 1/D + \dots = N \times 1/D$ et s'écrit finalement N/D
 N est appelé **Numérateur** écrit en premier et **D** **Dénominateur** de la fraction générale N/D

- On peut inverser de même une telle fraction où N et D échangent leur rôle : D/N est l'inverse de N/D où on a juste permuté les valeurs de chaque côté de la barre «/» de division et comme *toute valeur multipliée par son inverse se neutralise en 1* (Un Unité) nous avons bien $D/N \times N/D = (D \times N)/(N \times D) = \text{idem}/\text{idem} = 1$

(Multiplier deux fractions est donc simple : il suffit de multiplier deux à deux leurs numérateurs et dénominateurs respectifs)

Là où ça se complique un peu ...

- Comment rassembler des parts inégales, c'est à dire les additionner de façon cohérente ?

Eh bien il s'agit de trouver les bonnes parts plus petites qui mettra tout le monde d'accord !

Exemple extrait du Chapitre 3 de « Mathématiques pour Nous » (du même auteur, c'est à dire «Bibi»)

Par exemple comment additionner les fractions $1/4$; $1/5$; $1/6$?

En recherchant les plus petits communs multiples (PPCM) des diviseurs et la Fraction commune obtenue (forcément une part plus petite) s'avère être du coup un plus grand commun diviseur (PGCD) du... Gâteau !

La Fraction commune est donc ramenée ici dans cet exemple à $1/60$

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} &= \frac{1}{2 \times 2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2 \times 3} \\ &= \frac{3 \times 5 + 2 \times 2 \times 3 + 2 \times 5}{2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60} \\ &= \frac{37}{60} \end{aligned}$$

Remarque d'ordre général : De même que le signe « = » la barre « / » représente l'équilibre d'une balance

Afin de conserver la même valeur à la fraction, toute opération effectuée sur le Numérateur doit être faite de même sur le Dénominateur (et vice-versa) comme cela serait fait de la même façon sur les deux membres d'une Egalité... afin de conserver « L'équilibre de la Balance » car sinon l'équilibre est *rompu et montre qu'on a fait n'importe quoi !...*

Bon, eh bien il est temps de passer à notre premier exercice...

1. Revenons sur le partage de la «*succulente*» Tarte (aux fraises *mais des pommes seraient aussi bien* !)

- Marcel a d'abord partagé sa tarte en 2 moitiés : $1/2$, puis une moitié en 3 $\rightarrow 1/2 \times 1/3 = (1 \times 1)/(2 \times 3) = \boxed{1/6}$

Facile d'autant qu'on l'a déjà expliqué plus haut !

- Il reste une 3^{ème} part du 1^{er} service qui vaut (comme les deux déjà consommées) $1/6$; cette part est partagée en deux sur le « Revenez-y » d'Anselme : $1/6 \times \frac{1}{2} = 1/12$ chacun

Ce qui finalement fait pour chacun : $1/6 + 1/12$ (il faut donc fractionner en deux la première pour avoir $D = 12$)

Ce qui fait additionner $2/12$ ($2/12 = 1/6$) à $1/12$ donc 3 parts $1/12$ soit $3/12$ simplifié en $3 \times 1 / 3 \times 4 = 1/4$ ($\frac{1}{4}$)

En conclusion, à la fin Anselme et Marcel ont bien mangé un $\frac{1}{4}$ chacun, soit la moitié de la tarte à eux deux.

La suite pour les gourmands en page suivante...

- **Anselme**, rentré chez lui, revient avec 4 parts chacune égale à $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}^{\text{ème}}$ de la tarte ; mais en bon père... repartage sa part en 3 donc 3 parts de $\frac{1}{8} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{24}^{\text{ème}}$ qu'il répartit entre lui et ses deux enfants : chacun d'eux dispose donc de $\frac{1}{8} + \frac{1}{24}$ soit en ramenant au $\frac{1}{24}^{\text{ème}}$: $\frac{3}{24} + \frac{1}{24} = \frac{4}{24}$ qu'on peut simplifier à la fin en $4 \times \frac{1}{4} \times 6 = \frac{1}{6}^{\text{ème}}$ pour chaque enfant

La mère conserve sa part égale à $\frac{1}{8}^{\text{ème}}$ et Marcel à sa part $\frac{1}{24}^{\text{ème}}$ pour les accompagner...

Vérifions : $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{24} = \frac{4}{24} + \frac{4}{24} + \frac{3}{24} + \frac{1}{24} = \frac{(4+4+3+1)}{24} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$ ($\frac{1}{2}$!)

C'est bon, il n'y a aucune petite souris venue en boulotter une partie !

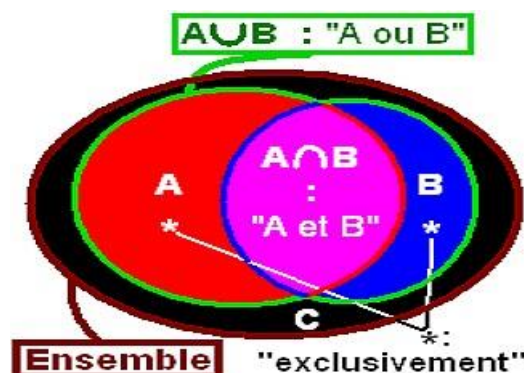
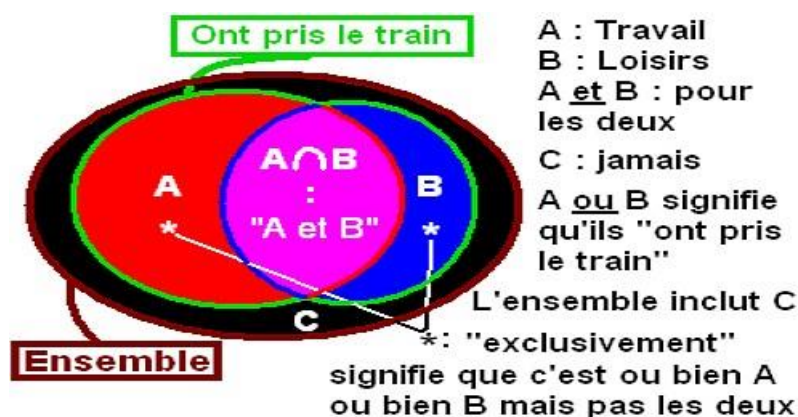
2. Synthèse des fréquentations voyageurs au travers d'une famille – type

6 personnes car c'est bien une fraction avec pour dénominateur **D = 6** qui permet d'obtenir 83% arrondi :

En effet $83\% = \frac{5}{6}$ ($0,833... = 83,3...%$ arrondi... à 83%). Ce qui nous indique que dans cette famille – type des résultats du sondage : **5 personnes sur 6** ont pris le train « Campagnol » en cours d'année ; et nous allons voir parmi ces 5 comment se répartissent-elles entre l'utilisation « Travail » et celle « Loisirs ».

Reprenons le schéma dessiné par Marcel :

Schéma à rapprocher d'un schéma logique général :



Le grand sous-ensemble « **Ont pris le Train** » est ici assimilé à celui noté $A \cup B$: **réunion** de A et de B.

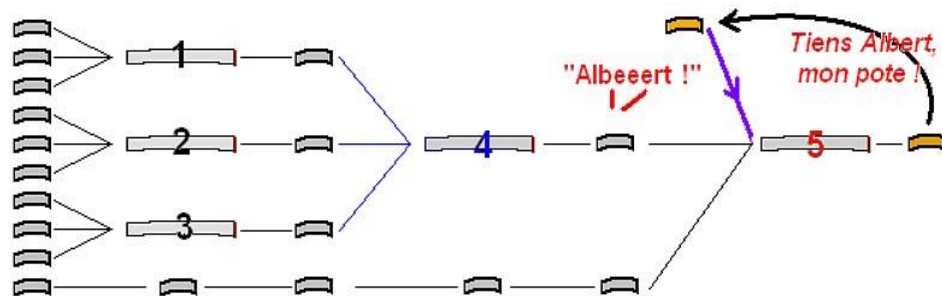
La réunion de A et de B doit faire 100% des réponses relatives aux 83% : Donc ici 5 réponses positives.

- Il est dit que 80% l'ont pris pour le travail : soit 80% des 5 personnes donc 4 personnes incluses dans A.
- Puis 60% des personnes de $A \cup B$ l'ont pris à titre de loisirs, soit 3 personnes incluses dans B
- Comme il n'y a toujours que 5 personnes concernées par le train : $4 + 3 = 7$ veut dire que 2 personnes sont comptées deux fois ; et ce sont donc les personnes de $(A \cap B)$: l'intersection (ici en violet) de A et de B, ces personnes font partie à la fois de A et de B. Ainsi, on retrouve bien : $A \cup B = (A + B) - (A \cap B)$

Exemple type : foyer familial		A Travail	B Loisir	C Jamais
Papa	1	X		
Maman	2	X		
Fiston	3	X	X	
Filleul	4	X	X	
junior	5		X	
Mémé	6			X

Nous avons donc tous les éléments pour dresser notre petit tableau , le voici avec noms choisis :)

3. « Dédé la débrouille » et sa combine de mégots...



Alors bien sûr, tout le monde devrait faire : $10/3 = 3$ et reste 1

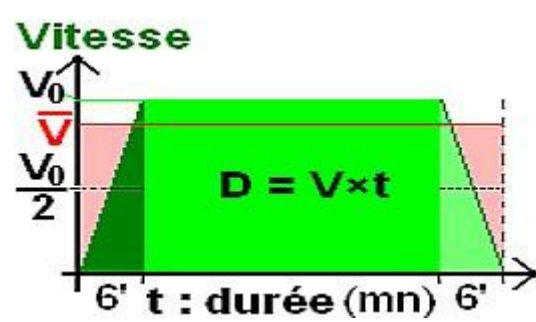
$(1+9)\text{még}/3\text{még/cig} = 3\text{cig} + 1\text{még}$

Et alors ! Vous en restez là ?

Pas Dédé qui se retrouve avec 3 nouveaux mégots et donc se refait une 4^{ème} cigarette qui redonne un nouveau mégot : 2 avec le 10^{ème} ...

Ah Zut, il en manque un ?

« **Albeert !..** (il s'agit d'«Albert l'Arsouille») – **Quoaa ?** – **Toi qu'es mon pote, prêtes moi un d'tes mégots !** – **Mais tu m'le rends dis !** – **T'inquiètes ! ... Mmmimlm...Muff ! Muff !.. Ahhh !..** Tiens, le v'la mon pote !



Prenons le Train

Savoir jongler avec les heures et minutes et calculer les bonnes moyennes...

Préambule :

Cela vous semble-t-il compliqué d'additionner ou retrancher des horaires et durées les unes aux autres ?

Revenons donc au b-a-ba des additions ou soustractions que l'on pose en disposant les différents chiffres en colonnes : afin de vous affranchir (alléger même la mémoire !) des diverses « retenues » à savoir poser là où il faut, eh bien, il suffit de prendre le temps de décomposer les opérations successives que nous effectuons...

Par ailleurs, rappelons-nous que nous raisonnons le plus généralement en base 10 (du fait de nos dix doigts, historiquement) et que d'un autre côté si nous avons conservé les heures, minutes et secondes c'est que nous avons également conservé en mémoire la base 60 qui elle, nous a été léguée par les mésopotamiens.

Cependant, la logique de procédure entre la base 10 ou la base 60 reste la même, voyons par l'exemple :

Base 10				
	Mille	Cent	Dix	Un
	1	6	9	4
+	2	5	5	7
	3	11	14	11
	3	11	15	1
	3	12	5	1
	4	2	5	1
Vérification :				
	4	2	5	1
-	2	5	5	7
	2	-3	0	-6
	2	-3	-1	4
	2	-4	9	4
	1	6	9	4

Base 60			
	Heure	Minutes	Secondes
	10 h	23 '	36
+	1 h	44 '	51
	11 h	67 '	87
	11 h	68 '	27
	12 h	8 '	27
Vérification :			
	12 h	8 '	27
-	1 h	44 '	51
	11 h	-36 '	-24
	11 h	-37 '	36
	10 h	23 '	36

Que voyons-nous dans les deux enchaînements d'addition puis soustraction, de part et d'autre ?

Nous avons osé « forcer » temporairement l'écriture naturelle d'un nombre (de un ou plusieurs chiffres) qui n'a qu'un seul chiffre normalement par colonne en base 10, telle une tige de boulier sur laquelle s'empilent les boules au dessus des autres et non par paires : ainsi passer d'une « colonne-tige » de droite à gauche revient à multiplier par dix la valeur du chiffre... Donc, écrire 11 (ou les « 15 » et « 12 » successifs de notre exemple, et de même les « chiffres négatifs » temporaires dans la soustraction suivante) ne doit être que fugitif : cela montre cependant, au passage, comment additionne-t-on ou retranche-t-on une « retenue » qui ne sert qu'à représenter la conversion d'une dizaine en unités, ou centaines en dizaines, ou milliers en centaines, etc...

Et bien nous pouvons **procéder de même** pour les heures/minutes/secondes à la nuance près que nous continuons d'écrire ces « nombres horaires », pourtant issus de la base 60, en base 10 ; et cela nous oblige à retenir que nous pouvons disposer normalement pour chaque colonne de valeurs [comprises entre 0 et 59]... (Nous aurions du, sinon, inventer 60 caractères différents d'écriture, à la façon des 16 caractères qui permettent de représenter les nombres « hexadécimaux » de la base 16 : 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F)

La « retenue » est explicitée ici par la conversion d'heures en 60 mn, de minutes en 60 secondes... de secondes en 60 tierces... (Non, mais arrêtez-le !)

Pour en revenir à notre énoncé et à ses différentes questions... Appréciez tout de même qu'il n'ait pas été introduit de nombres horaires ou durées, exprimés avec des secondes... Sympa Non ?...

– (Oui, vous me diriez que Marcel Potiron aurait vite fait de me rappeler à l'ordre d'un coup de sifflet !)

A : Sur la ligne du Campagnol

1. **Vitesse moyenne entre chaque arrêt du Campagnol** : à chaque fois, nous constatons un même nombre de kilomètres et de minutes. Donc **1 km/mn = 60 km/h** (= 1 km/mn x h/h = 1 km/~~mn~~ x 60 ~~mn~~/h)

2. **durée de parcours identique à l'aller comme au retour** : 8h 40' – 7h 50' = (1h – 10') = 50' soit **50 mn**

3. **Distance par voie ferrée entre Mezys-en-Plain et Papouille-le-Ptiot** :

Les 50' de parcours incluent 2' d'arrêt cumulées (à Gratouille et Chatouille) donc 48' de roulage ce qui induit, à raison d'un km/mn, une distance de **48 km en tout**

De Mezys à Gratouille il y a donc (48 – 12 – 18) soit **18 km** qui correspondent bien aux 18 mn de trajet.

4. Heure et lieu de croisement entre les deux trains jumeaux partis tous les deux à 7h50 ?

Le parcours est symétrique, il suffit donc de considérer la moitié de la durée de 50' soit 25 mn ajoutées à l'horaire de 7h50, soit **8h15**. Le lieu est de même **juste au milieu du trajet** à 6km de **Gratouille** et **Chatouille**.

B : Sur la ligne du **LoupmaLour**–**RoulmaPoul**

- Durée totale de trajet entre Papouille-le-Ptiot et Youpala** : $10h20 - 8h50 = 2h - 30' = \mathbf{1h30}$
- Vitesse moyenne arrêts compris** : $150 \text{ km} / 1h30 = 150 \text{ km} / 1,5h = (150/1,5) \text{ km/h} = \mathbf{100 \text{ km/h}}$
- Arrêts déduits** $(1+4) \times 3'$ soit 15' déduites de 1h30 ; vitesse déduite : $150 \text{ km} / 75 \text{ mn} = 2 \text{ km/mn} = \mathbf{120 \text{ km/h}}$
- Le **RoulmaPoul** part de **Youpala** à 9h20, le **LoupmaLour** (de **Papouille** à 8h50) aura parcouru $(0,5h \times 100 \dots \text{ km/h}) = 50 \text{ km}$ de plus ; à la même vitesse ils se croiseront **à 9h50** ($50 \text{ km} + 50 \text{ km} =$) **100 km** de **Papouille**.
- Le **Roulmapoul** (D **Papouille** **10h54**) arrive à **Youpi**... à : $10h54 + (80 \text{ km} / (100 \text{ km/h}) \times 60' / h = 48') = \mathbf{11h42}$

AB : **Vitesse moyenne du parcours Gratouille-les-Choux à Youpala** : $(30+150) \text{ km} / (10h20 - 8h08) = 180 \text{ km} / 2h12$ ou $180 \text{ km} / 2,2h = 81,81 \dots \text{ km/h}$ arrondis à **82 km/h**. Sur les 2h12, on déduit $2' + 15' + 10'$ soit **27'** d'arrêts-attente, **reste 1h45** ; la **vitesse de roulage moyenne** est $180 \text{ km} / 1,75h = 102,8 \dots$ arrondie à **103 km/h**

C : Sur la ligne de **Youpala** à **Youplaboum** (à grande vitesse... enfin, sur une partie de la ligne)

- Moyenne effective du « TVT » entre YoupLaBoum et YouptiLu** (distants de 180 km)

6' pour gagner progressivement les 360 km/h (V_0) et **6'** pour ralentir, mais nous cherchons **2 inconnues** : la durée totale de parcours t et la vitesse moyenne V qui en résulte et pour cela, **il nous faut 2 égalités...** que **le dessin ci-contre va nous produire** : la Vitesse en fonction du temps

Nous avons en fait dessiné un trapèze dont la **surface** n'est autre que la distance cumulée depuis le départ : $D = V \times t$: elle vaut par définition :

$V_0 \times \frac{1}{2} \times (t + (t - 12'))$ soit $V_0 \times (t - 6')$, la même que le **rectangle** : $V \times t$, surface obtenue avec la **vitesse moyenne** recherchée en guise de « hauteur »

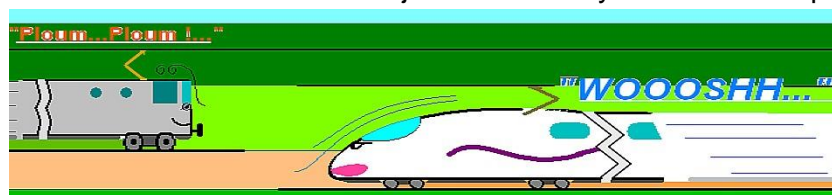
Nous voici donc avec une **double égalité** : $D (180 \text{ km}) = V_0 \times (t - 6') = V \times t$

La **première** donne (**6'** remplacé par $0,1h$ ($6'/60'h$)) : $180 \text{ km} = 360 \text{ km/h} \times (t - 0,1h)$ soit $[180h = 360 \times t - 36h]$.. 36 rajouté aux deux côtés de l'égalité (**balance équilibrée**) induit $216h = 360 t$ puis $t = 216h / 360 = 0,6h = \mathbf{36'}$

La **seconde égalité** nous donne $D 180 \text{ km} = V \times t = V \times 0,6 h$ d'où $V = 180 \text{ km} / 0,6h = \mathbf{300 \text{ km/h}}$

- heure d'arrivée finale et vitesse moyenne sur les 255 km** : Le **TVT** est parti de **Youpala** à **10h30**, 36' plus tard il arrive à **YouptiLu** à **11h06** dont il repart à **11h10** pour effectuer **75 km** à la vitesse de roulage ramenée à 100 km/h ; ce qui induit un temps de parcours de $75 \text{ km} / 100 \text{ km/h} = 0,75 h$ (45') auquel se rajoutent 5' d'arrêt supplémentaires ce qui fait donc une arrivée à **YouplaBoum** à $11h10 + 45' + 5' = \mathbf{12h}$

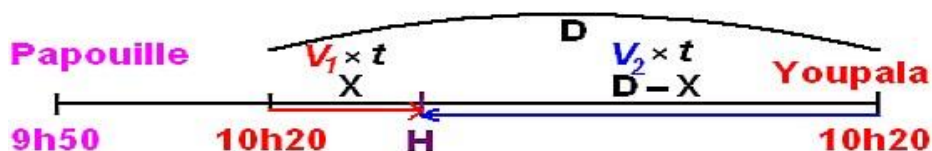
En conclusion : **255 km** en **1h30** ($12h - 10h30$) d'où une **vitesse moyenne** rabaisée à **170 km/h** ($255/1,5$) : Vitesse réduite sur 30% du trajet : vitesse moyenne ~ divisée par deux ! **A quoi bon 360 si ce n'est partout ?...**



D : Extension supposée de ligne rapide vers **Youpi-la-Mer** et croisement imaginaire entre **LoupmaLour** et **TVT**

Voici les données schématisées ci-dessous :

Ce qui compte est de bien situer les trains à la même heure, ici **10h20** : Le **LoupmaLour** a déjà effectué : $0,5h \times 100 \text{ km/h}$ soit 50 km sur les 150 km : donc **D** vaut **100 km**



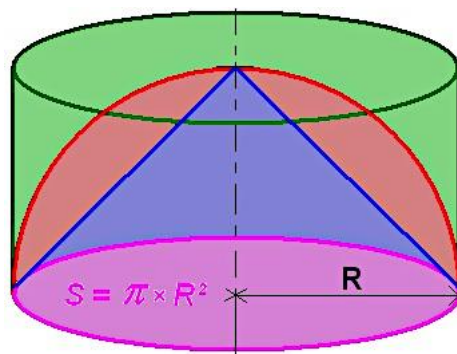
Ainsi notre schéma traduit d'une part : $X = V_1 \times t$ et d'autre part $D - X = V_2 \times t$; c'est en fait un système de deux équations (« équation » a même racine que « égalité ») ramenée à la synthèse : $D - V_1 \times t = V_2 \times t \dots$

En rééquilibrant (« équation » a même racine aussi que « équilibre ») : $D = V_1 \times t + V_2 \times t = (V_1 + V_2) \times t$

- Les trains se croisent** après une **durée $t = D / (V_1 + V_2)$** : $100 \text{ km} / (100 + 300) \text{ km/h} = 100/400 h = \frac{1}{4} d'h = \mathbf{15'}$ Et la distance parcourue **X** sera égale à $100 \text{ km/h} \times 0,25h = \mathbf{25 \text{ km}}$ ($D - X = (100 - 25) \mathbf{75 \text{ km}}$)

Il sera donc **10h35** lorsque les deux trains se croiseront à mi-chemin de **Papouille-le-Ptiot** et de **Youpala**

... **Ploum ! Ploum ! ... Tiens ! Salut ! ... WOOOSH ! ... ?? Bon... Tant pis ! ... Ploum ! Ploum ! ...**



La Ferme Labouret

Règles de base et observation pour maîtriser lignes, surfaces et volumes

Préambule aux dimensions et leurs unités associées

Lorsque nous mesurons des longueurs, nous le faisons par exemple avec des mètres ou centimètres. Si nous devons calculer des surfaces ou volumes (voire les mesurer avec des instruments ou appareils appropriés), alors nous devons continuer d'employer des **unités adéquates** en nous souvenant de la règle fondamentale édictée dès le 1^{er} chapitre : « **Les unités se multiplient à leurs valeurs associées** »

Ainsi (en conservant la même famille d'exemples du début) :

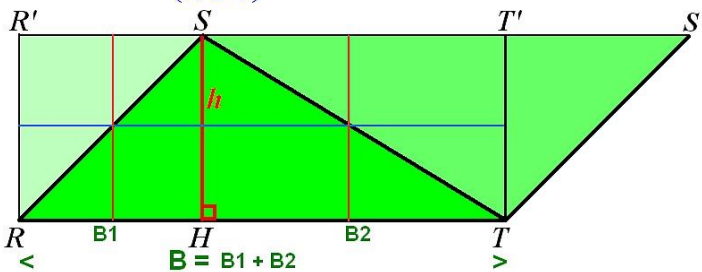
- Nous usons de « **mètres carrés** » ou « **centimètres carrés** » pour calculer (ou mesurer) des **surfaces** selon le principe qu'une surface est le **produit** (c.à.d. **multiplication**) d'une longueur (ou profondeur) par une largeur (ou hauteur).

L'abréviation d'unité « **m²** » rappelle que l'unité est issue de « **m** » x « **m** »

L'occurrence « ² » (« carré ») rappelle qu'une surface est à deux dimensions et s'obtient en pratique à l'aide de deux grandeurs **perpendiculaires** entre elles, telle une **hauteur** par rapport à une base. Voici comment sont déduites différentes surfaces :

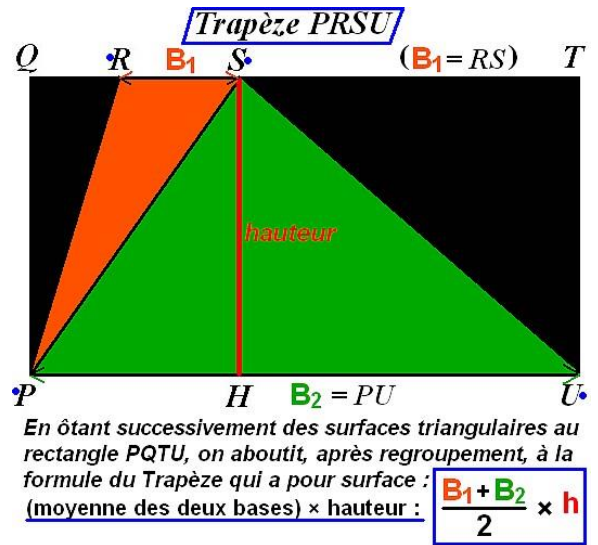
$$\text{Surface du Triangle} = \frac{\text{Base} \times \text{hauteur}}{2}$$

(R S T)



$$\text{Surface Parallélogramme RSS'T} = \text{Surface Rectangle RR'T'T} = \text{Base} \times \text{hauteur}$$

Nous voyons l'intérêt de « **découper** » chaque figure en triangles élémentaires que nous pouvons rajouter, ou au contraire retirer, à la surface basique d'un rectangle...



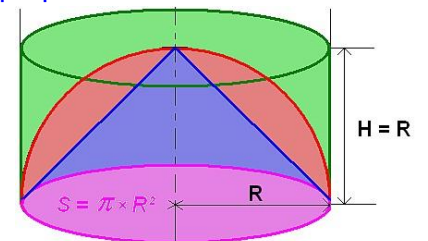
- Par extension du procédé, nous usons pour quantifier des **volumes** de « **mètres cubes** » « **m³** » (ou « **centimètres cubes** » « **cm³** » par exemple), obtenus à la suite du **produit** d'une surface par une **troisième dimension** encore **perpendiculaire** ou « **orthogonale** » à (« **qui fait un angle droit avec** » ...) cette surface – et donc aux deux dimensions précédentes –

C'est ainsi que nous obtenons des parallélépipèdes, rectangles ou non, dont nous calculons le volume en **multipliant une surface de base à une hauteur** – perpendiculaire donc – à celle-ci ; et plus généralement tout volume à facettes en « **extrudant** » (tirant) toute surface plane selon un axe perpendiculaire à cette dernière.

- Remarque** : Nous pouvons étendre un tel procédé, en l'adaptant, à tout type de volume et surface faisant appel à une ou plusieurs courbes fermées, tels les **cercles** ou **ellipses** par exemple, et pour mieux retenir leur formule de volume, on se référera au **cylindre droit** qui n'est autre qu'un **disque** «extrudé» selon un axe perpendiculaire à ce disque.

Bien entendu, on se rappellera que la **surface d'un disque** est **$\pi \times R^2$** («²» rappelle bien 2 dimensions à cette surface) avec R le rayon du cercle de référence au disque. (π 3,14159265... approché par 3,1416, voire 22/7)

La proportion ci-contre a été déterminée par **Archimède** (III^{ème} siècle avant J.C.) – le **cône** y a été adjoind pour clore la synthèse –



Volumes respectifs :

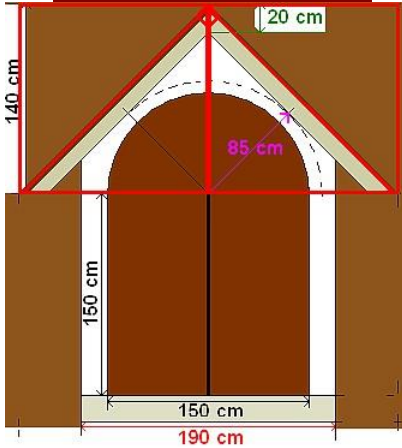
- Cylindre (de référence) : $\pi \times R^2 \times H = \pi \times R^3$
- $\frac{1}{2}$ sphère contenue : $\frac{2}{3} \times \pi \times R^3$
- Cône inscrit : $\frac{1}{3} \times \pi \times R^3$

Retour à l'énoncé et réponses avec ... commentaires historiques

1. **Des lignes** et 2. **Des surfaces** (pour traiter d'un coup ce qui se rapporte au bassin : une **ellipse**)

La surface (par analogie au disque $\pi \times R^2$) s'écrit **$\pi \times a \times b$** et vaut $\pi \times (\frac{1}{2} \times 4,1\text{m}) \times (\frac{1}{2} \times 3,1\text{m})$ arrondi à **10 m²**

• La mansarde et sa porte :



- Le toit de la mansarde fait un **angle de 90°**, autrement ses pans peuvent être dessinés sur 2 diagonales de carrés jointifs en miroir :
- < Comme il l'est indiqué sur le croquis, la hauteur du carré est de 140 cm, par conséquent la **largeur d'une extrémité à l'autre** vaut le double : **280 cm**

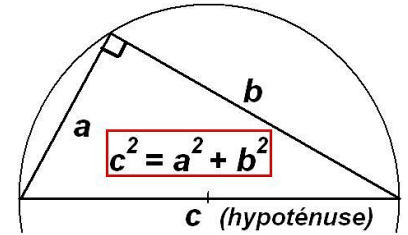
- La porte, quant à elle, est visiblement un **carré de 150 cm** de côté surmonté d'un **demi-disque de diamètre égal**, sa **surface** vaut donc : $(1,5\text{m})^2 + \pi/2 \times (\frac{1}{2} \times 1,5\text{m})^2 = (1 + \pi/8) \times (1,5^2 \times \text{m}^2) \approx 3,13 \text{ m}^2$ (œil : $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$)

- C'est en voulant exprimer la diagonale d'un carré que **Pythagore** (début du VI^{ème} siècle avant J.C.) découvrit **l'irrationalité** (non exprimable par un quotient ou division de deux nombres) de la $\sqrt{2}$ ($\approx 1,414$) : la diagonale devient un **nouveau côté** qui produit le **carré de surface double** à la surface du carré de départ puisque $\sqrt{2}^2 = 2$

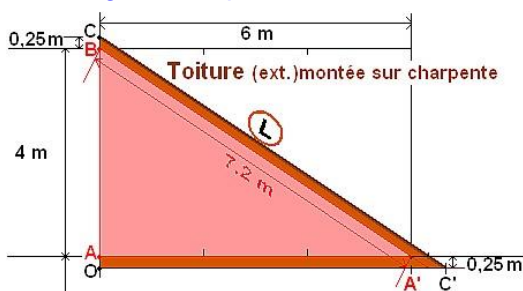
- Par extension, le **Théorème dit de Pythagore** : « **Le Carré de l'Hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés adjacents** » s'applique à tout **Triangle rectangle**, c.à.d. toute moitié d'un rectangle selon sa diagonale.

Le côté situé justement sur la diagonale prend le nom d'**hypoténuse**, et Archimède eut l'élégance de l'inscrire sur le diamètre d'un Cercle autour.

Puisque l'**égalité** inclue des « ² » « **carrés** », c'est qu'elle n'est autre qu'une égalité entre **surfaces** : celles des carrés produits par les 3 côtés du triangle.



• Longueur du pan incliné de toiture



Nous pourrions appliquer aussitôt le **théorème de Pythagore** puisque nous vérifions déjà $7,2^2 \approx 4^2 + 6^2$ (à moins d'un % près)

Mais les élèves du « **Certificat d'Etudes** » n'avaient pas ce théorème à leur disposition, bien que la table des carrés leur fut fournie à la fin

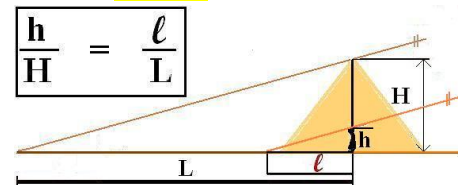
Aussi l'astuce consiste à « **glisser** » le **triangle intérieur** (sous la toiture) à l'intérieur du triangle extérieur (appuyé sur la toiture), et constater qu'ils s'emboîtent parfaitement (oui oui, poupées russes !)

Tout le monde devrait comprendre la **proportionnalité** suivante :

Si le triangle intérieur a un côté incliné de 7,2 m sur une hauteur de 4 m, alors sur une hauteur de 4,50m ($4\text{m} + 2 \times 0,25\text{m}$) le **pan incliné** parallèle couvre une **longueur** de $7,2\text{m} \times 4,50\text{m} / 4\text{m}$ soit **8,1m**

- Figurez que cela illustre le **théorème** d'un contemporain de **Pythagore**, à savoir **Thalès** :

« **Toute parallèle à l'un des côtés d'un triangle divise les deux autres côtés en segments proportionnels** »



Où **Thalès** prit-il son inspiration ? >>> En **Egypte**...

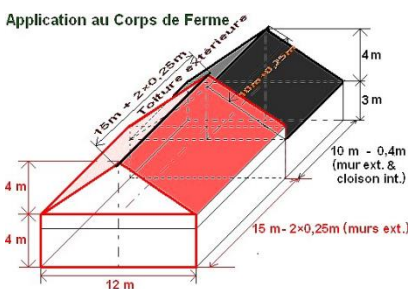
Les parallèles glissent sur des rayons lumineux, les deux autres côtés du triangle sont les hauteurs et leurs ombres respectives... Amen !

- **Superficie extérieure des deux façades Nord/Sud** : elle résulte de l'**addition** de deux triangles (base=12m) sur une hauteur de 4m (soit $\frac{1}{2} \times 12\text{m} \times 4\text{m} = 24\text{m}^2$) à deux rectangles légèrement «trapézoïdaux» aux coins sous la toiture, de surface $(4\text{m ou } 3\text{m}) \times (12\text{m} + 2 \times 0,25\text{m})$ soit **50m²** ou **37,5m²** à laquelle on retire ces 2 coins triangulaires : (pas grand chose) $0,25\text{m} \times 6 / 4 \times 0,25\text{m}$ soit $\approx 0,09\text{m}^2$ en tout

Conclusion : **73,91 m² de façade Nord** et **61,41m² de façade Sud**.

- **Superficie intérieure de ces façades** (pour servir au calcul ultérieur du volume)

Calcul immédiat : **Au Nord** : $(4\text{m} + \frac{1}{2} \times 4\text{m}) \times 12\text{m}$ soit **72 m²** ; **au Sud** 12m^2 de moins ($-1\text{m} \times 12\text{m}$) soit **60m²**

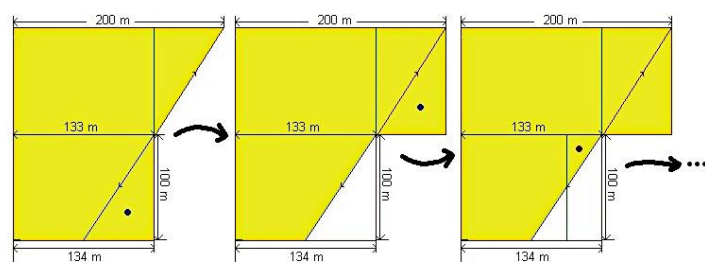


- **Superficie de la toiture** : 2 pans inclinés de 8,1 m sur $(15\text{m} + 2 \times 0,25\text{m})$ et $(10\text{m} + 0,25\text{m})$ soit $251,1\text{m}^2 + 166,05\text{m}^2 = 417,15 \text{ m}^2$

3. **Volume intérieur du bâtiment** (hors cloison mais charpente incluse !)

On part cette fois-ci des superficies intérieures et on «extrude» en longueur :

- **Au Nord** : $72\text{m}^2 \times (15\text{m} - 2 \times 0,25\text{m}) = (72 \times 14,5) \times \text{m}^2 \times \text{m} = 1044 \text{ m}^3$
- **Au Sud** : $60\text{m}^2 \times (10\text{m} - 0,40\text{m}) = (60 \times 9,60) \times \text{m}^2 \times \text{m} = 576 \text{ m}^3$



Le Domaine Labouret

D'une fantaisie d'unités anciennes de mesure à un système rationnel

Préambule pour se souvenir d'une certaine sagesse des « anciens »

Comme nous l'avons déjà évoqué, dès le corrigé du 1^{er} chapitre, lorsqu'ils se firent cultivateurs puis bâtisseurs, nos ancêtres lointains s'accordèrent à fixer des unités de mesure (de leur champ ou terrain...) puis de grandeur (de leur palais ou trésor... !) en se choisissant des **étalons**.

Ces **étalons** étaient tout simplement **basés sur** le corps humain où sur ce que **l'homme** pouvait porter ou « embrasser » ; puis leur nombre augmenta par référence aux aides animales (tels les bœufs) et aux outils

Ainsi, on commença par mesurer en **pouces, paumes, coudées, pieds, pas, toises**, ainsi qu'en **livres**, voire en **grains...** Enfin en **perches**, etc...

Puis furent adoptées des unités **multiples** de ces étalons : 2, 3, 4, 5, et même 7, 8, 10, 11, 12, jusqu'à 18, 20, voire 22 pour dénombrer... Rappelez-vous d'ailleurs l'hôpital des « Quinze Vingts » ordonné par le roi **Saint Louis** qui désirait bien qu'il contienne 300 lits. Quant à la **perche**, celle-ci mesure de 18 « pieds du roi » à 22 de ces mêmes **pieds** lorsqu'on s'en sert pour **arpenter** un terrain...

Vous avez compris que cela devint vite « **folklorique** », d'autant plus que ces **étalons** s'avéraient varier, non seulement, en fonction du royaume, voire de la province, mais également en fonction de l'objet mesuré !

Or, ce sont les **civilisations** les plus **anciennes** – et non les royaumes occidentaux – qui firent appel relativement tôt aux propriétés **mathématiques** pour fixer leurs étalons

Ainsi, la **coudée égyptienne** des premières dynasties (*initée en Mésopotamie*) permit d'ériger entre autres la **Pyramide de Khéops** bâtie ~ 2700 ans av. J.C., aux proportions d'une étonnante précision qui révèlent un certain **savoir mathématique**, longtemps avant les **grecs anciens**, pourtant réputés en ce domaine.

Les dimensions de 440 coudées pour le côté de la base et 280 coudées pour la hauteur ont été instituées pour dégager, en plus de leur grandeur, les résultats suivants :

- Le demi-périmètre de la base vaut π (3,1416...) fois la hauteur et en conséquence, le nombre d'or ϕ (1,618...) qui vérifie la relation suivante : $[\phi^2 = \phi + 1]$ est également inclus comme rapport entre la hauteur et le demi-côté de la base : voir la figure ci-contre >>

Mais que vaut cette coudée égyptienne, me diriez-vous ?

Traduisons... Combien vaut-elle en mètres ?

Il s'avère que l'expression en m peut induire la relation : $\pi - \phi^2 \sim 1 \text{ coudée}$

- Or cette relation n'est pas cohérente à priori puisque π et ϕ sont des **nombre sans dimension** et la **coudée**, elle, est une **unité**. Mais par curiosité, nous trouvons $\pi - \phi^2 \sim 0,5236$... (suspense !)
- Par ailleurs, les égyptiens anciens usaient beaucoup de la corde à 12 nœuds (équidistants) qui leur permettait entre autres d'obtenir des angles droits car un triangle de côtés 3, 4 et 5 est rectangle puisque $3^2 + 4^2 = 5^2$ (9+16=25) - Bien avant **Pythagore** était sue la règle « $a^2 + b^2 = c^2$ implique (a,b,c) rectangle »

Il s'est avéré que cette corde de 12 nœuds équidistants d'une coudée **ceinturant la base** d'une **pyramide en réduction** de celle de Khéops, aux proportions identiques, érige une **hauteur** très proche... d'un **mètre** !

Et à la suite, par définition de la relation $2\pi \times \text{«1mètre»} = 12 \text{ coudées}$, la **coudée égyptienne** du temps du pharaon Khéops vaut également $\pi/6 \text{ mètres} \sim 0,5236 \text{ m}$: $\pi - \phi^2 \sim \pi/6$ est le « **canon** » de la coudée égyptienne

Mais enfin, me diriez-vous, les égyptiens anciens ne pouvaient pas connaître « le mètre » qui fut inventé plus de 4 millénaires plus tard en 1792 par les savants de l'académie française !

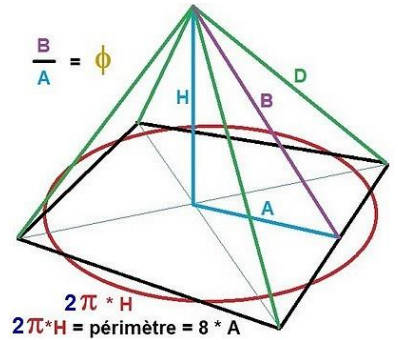
« Dix-millionième partie du quart du méridien terrestre » (méridien qui fut mesuré sur une portion d'arc par Delambre et Mechain peu après entre Dunkerque et Barcelone)

Eh bien, cela n'engage que l'auteur (... « bibi » !), nous pourrions faire l'**hypothèse** que les savants **mésopotamiens**, astrologues puis astronomes pratiquement 3000 ans avant notre ère, rejoints ensuite par leurs homologues égyptiens, avaient prédit que la Terre était ronde (par observations des phases lunaires) et étaient capables de mesurer un arc de méridien terrestre, puis d'en déduire la circonférence terrestre...

Tel, 2 siècles avant J.C., le savant grec **Eratosthène**, conservateur de la Bibliothèque d'Alexandrie qui trouva un résultat proche de 2% de la réalité : par logique du système mésopotamien-égyptien qui détermine un tour de $360^\circ \times 60' \times 60'' \times 60'''$ (minutes, secondes, tierces) et dans ce cas, **cette coudée serait la tierce d'un degré d'arc de méridien terrestre** déterminé toujours à 2% près... (~ 0,515 m de nos jours)...

Cela vous laisse rêveurs ? (Méditez donc sur l'**incendie de la Bibliothèque d'Alexandrie** qui devait receler des trésors de savoirs accumulés sur deux millénaires et consignés de génération en génération...)

- Après le Ciel et les étoiles, redescendons sur Terre et dans nos prairies, vergers et labours !... >>>

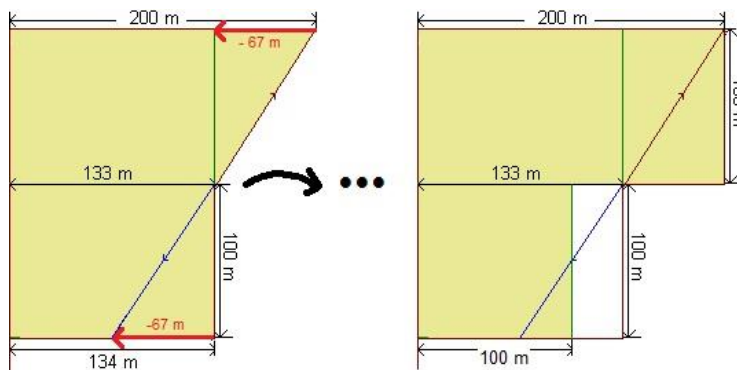


1. largeurs minimales et maximales du Nord au Sud ; idem pour les longueurs d'Est en Ouest

Du Nord au Sud, nous commençons par 400 m pour terminer par 200 m de largeur

D'Est en Ouest, nous avons 300 m au Nord et 500 m au Sud de Longueur

2. Superficie du domaine entier des Labouret, exprimée en m² et en hectares



Le domaine se décompose en un grand rectangle de 300m x 400m avec pommiers, prairies et ferme, auquel s'ajoute l'« avoine »

< La vue de gauche résume le redécoupage virtuel qui peut être fait et qui se ramène finalement à la superposition de 2 rectangles : 200m x 100m et le 2^{ème} qui vaut en surface 100m x 100m celle du Trapèze intermédiaire.

Superficie «Avoine» : (20 000 + 10 000) m²

Donc superficie totale : (120 000 + 30 000) m²

Combien valent ces 150 000 m² en hectares ?

L'hectare unité de surface est en fait l'hectomètre carré Ainsi il fait (100m)² = (100m x 100m) soit 10 000 m² ; l'hectare vaut également 100 «ares» (...«aires»)

Attention donc au piège d'une are assimilée au m², l'are est le décamètre carré : (10 m)² = 10² m² = 100 m²

Conclusion : Le domaine « Labouret » fait 150 000 m² mais plus commodément dit 15 hectares.

La perche d'arpenteur de 22 pieds fait que la perche carrée vaut (22² =) ... 484 pieds carrés !

Mais le pied de Marcel, d'Anselme, Justin, ou plutôt celui du Roi de Globulmatie ?... Vous avez compris ☺

3. Les masses et volumes d'avoine

➤ Le quintal est le singulier de *quintaux*

➤ Dans le passé, le mot fut issu d'un lointain arabe lui-même issu d'un grec plus ancien... Le quintal du moyen-âge faisait finalement 100 livres. Oui, mais la livre était variable d'une contrée à l'autre...

Le quintal «moderne», issu de la révolution du système décimal qui imposa le seul multiple et sous-multiple de dix (dix, cent, mille,... et déci, centi, milli,...) fit donc 100 kg

Mais observons quintal et sa racine « quint » qui signifie plutôt « 5 » ; « al » n'évoque rien ensuite mais « tal » ne serait-il pas l'abréviation de « talent » qui parmi ses définitions renvoie notamment à une unité de masse imposante qui fut estimée valoir entre 20 et 27 kg ?

Prenons la valeur la plus commune de 20 kg : nous retrouvons bien 1 quintal de 100 kg = 5 x 20 kg

➤ Nombre nécessaire de boisseaux de 25 litres à remplir pour contenir une récolte annuelle d'avoine

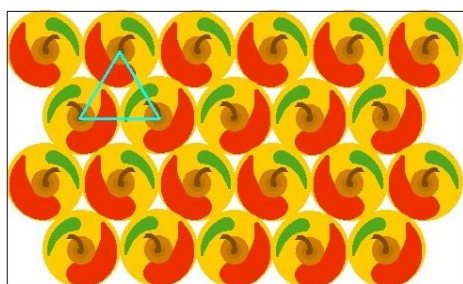
Tout va s'écrire sous forme d'une chaîne de calcul qui associe rigoureusement valeurs et unités :

$$\frac{(60 \text{ q/ha} \times 100 \text{ kg/q} \times 3 \text{ ha})}{18\,000 \text{ kg/an}} \div \frac{(25 \text{ l} \times 800 \text{ g/l} \times 1 \text{ kg}/1000 \text{ g})}{20 \text{ kg}} = 800 \text{ g/l} : \text{masse volumique de l'avoine} -$$

soit : 900 boisseaux à remplir en une année

➤ Vous me direz que 900 boisseaux ne sont pas « la Mer à boire ! » : disons 300 par mois de récolte soit dix par jour en prenant son temps... Oui mais... Il y'a les pommes et vous verrez au chapitre suivant que cela nécessite autant, sinon plus de casiers encore ! Alors pour l'Avoine... Vive le vrac au grenier !

Et ne vous inquiétez pas, la ferme héberge également des chats pour surveiller la réserve ☺



Tournez manège chez Labouret

Combinaison d'unités et maîtrise des ordres de grandeur

Afin de ne pas « **se mélanger les pinceaux** » dans la combinaison des unités et savoir retomber sur nos pieds, il est bon de prendre l'habitude d'**Observer**, voire d'expérimenter de simples « **leçons de choses** » dans la vie courante, tous les jours ou presque. Ainsi, lorsque nous sommes rendus à nos calculs ou à faire des hypothèses, nous avons quelques repères pratiques, réels, avec donc des ordres de grandeur qui nous évitent, dès lors, de grossières erreurs quant aux résultats ou prévisions que nous émettons.

Ce chapitre met justement en évidence, **donne des clés de représentation** des objets de la nature par des modèles mathématiques simples, mais honnêtement déterminés après avoir été confrontés à la réalité.

1. Le Pommier « bien calibré » et son rendement

Notre arbre est simplifié en un tronc cylindrique de 1m50 de hauteur, surmonté d'un volume de végétation proche d'une demi-sphère allongée en hauteur, autrement dit un « **ellipsoïde** » (qui s'obtient de la même façon qu'on obtient une sphère à partir d'un cercle : à partir donc ici d'une ellipse)

Nous avons vu au chapitre 5 que le volume d'une demi-sphère vaut $\frac{2}{3}$ du volume du cylindre dans lequel elle s'emboîte : par analogie, il en est de même pour le demi-ellipsoïde qui va donc occuper les $\frac{2}{3}$ du cylindre de diamètre 4 m et hauteur 3 m, soit :

$$\frac{2}{3} \left(\frac{1}{4} \pi (\text{approché par } 22/7) \times \varnothing^2 \times h \right)$$

Retranchons en pratique un volume équivalent de bois basé sur un petit diamètre \varnothing de 0m50, nous avons donc à exploiter le volume final de :

$$\frac{2}{3} \left(\frac{1}{4} \pi (\text{approché par } 22/7) \times (\varnothing^2 - 0{,}5^2) \times h \right) \text{ qui donne } \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times (4^2 - \frac{1}{2}^2) \times 3 \times \text{m}^3$$

En simplifiant progressivement, nous obtenons $\frac{11}{7} \times \frac{63}{4} \text{ m}^3 = \frac{11}{7} \times 7 \times \frac{9}{4} \text{ m}^3 = \frac{99}{4} \text{ m}^3$

« 14 à 15 pommes par m^3 » est traduit par **29 pommes / 2 m^3** ; « 4 à 5 pommes par kg » par **9p / 2kg** mais comme on veut obtenir des kg comme résultat, il faut écrire l'inverse $2\text{kg} / 9\text{p}$; on pose alors l'opération suivante : $29 \text{ p} / \frac{2 \text{ m}^3}{2\text{kg}} \times \frac{2\text{kg}}{9\text{p}} \times \frac{99}{4} \text{ m}^3 = 29 \times \frac{11}{4} \text{ kg} = \frac{319}{4} \text{ kg}$ arrondi à $\frac{320}{4} \text{ kg}$ soit **80 kg de p**

2. Production et commercialisation annuelle de pommes et de litres de « jus » des vergers Labouret

Au sein du verger, sur chacune des allées alignées du Nord au Sud a été planté un pommier tous les 5 m ; les allées de pommiers sont espacées d'Est en Ouest tous les 10 m : chaque hectare est ici une parcelle carrée de 100 m de côté qui comprend donc 10 allées (100m/10m) de 20 pommiers (100m/5m), soit un total de **200 pommiers**. Comme il y a 6 hectares dont 1/6^{ème} équivalent est au repos, cela nous fait l'équivalent de **1000 pommiers en capacité de produire pleinement** tous les ans.

Nous avons vu qu'un pommier pouvait produire **80 kg de pommes**, ce qui ferait un potentiel de **production annuelle** de 80 000 kg ou **80 tonnes de pommes** (20 tonnes par hectare « efficace » reste raisonnable en regard de certaines exploitations « industrielles » qui vont jusqu'à produire 50 tonnes/ha)

Cependant, lors de la cueillette, seuls 90% environ de cette production est emmagasinée, ce qui nous fait dans un premier temps 72 tonnes de pommes ; c'est sur cette quantité qu'est prélevé $\frac{1}{4}$ pour produire des ℓ de jus à raison de 0,6 ℓ par kg de pommes : $\frac{1}{4} \times 72000 \times \frac{6}{10}$ donne jusqu'à **10800 litres** sur lesquels on prélève 15 litres/semaine (famille et amis) soit 780 litres/an : on peut arrondir le restant à **10 000 litres**.

Il reste donc $\frac{3}{4}$ de 72 tonnes en pommes dont 10% seront invendus (par perte ou non achat) ce qui augure d'une **vente** au mieux de 48 600 kg arrondis inférieurement à **48 tonnes de pommes** sur les marchés (et pour partie aux restaurateurs locaux, comme on le verra au prochain chapitre)

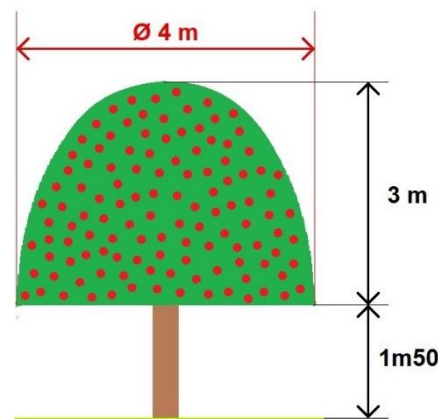
3. Les pommes et leur rangement possible en cageots

➤ **Diamètre moyen des pommes déduit de leur densité et masse** : pour 2 kg nous avons 9 pommes, donc la masse moyenne des pommes s'écrit simplement $\frac{2}{9} \text{ kg}$; la densité des pommes égale à **80%** (**plongez une pomme dans une bassine et voyez comment elle flotte !**) indique qu'une pomme de $\frac{2}{9} \text{ kg}$ occupe en litres un volume 25% plus élevé donc 125% de $\frac{2}{9}$ litres (car $\frac{1}{80\%} = \frac{100}{80} = 1,25 = 125\% = \frac{5}{4} \dots$ Ouf !) Une pomme moyenne occupe donc $\frac{5}{4} \times \frac{2}{9} \ell = \frac{5}{18} \ell$ ou $\frac{5000}{18} \text{ cm}^3$. [Un litre = $1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$]

Le « diamètre » \varnothing de la pomme se déduit de l'expression approchée de son volume :

$\frac{7}{10} \times \frac{1}{4} \pi (\frac{22}{7}) \times \varnothing^3$ simplifié en $\frac{7}{20} \times \frac{11}{7} \varnothing^3$ soit $\frac{11}{20} \varnothing^3 = \frac{5000}{18} \text{ cm}^3$; pour isoler \varnothing^3 , multiplions chaque côté du « = » par $\frac{20}{11}$ d'où : $\varnothing^3 = \frac{20}{11} \times \frac{5000}{18} \text{ cm}^3 = \frac{50000}{99} \text{ cm}^3 \approx 505 \text{ cm}^3$ ($\frac{100}{99} \approx 1,01$)

Sans calculatrice, observons que $8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$ (et $7^3 = 343$) **Concluons que le diamètre vaut 8 cm**



➤ **Dimensions du cageot en bois et sa masse, compte-tenu de la densité du bois de 80% :**

La longueur intérieure du cageot vaut $(50 \text{ cm} - 2 \times 0,6 \text{ mm}) = (50 - 2 \times 0,6) \text{ cm}$ soit **48,8 cm**

La largeur intérieure est sur le même principe égale à : $(30 - 2 \times 0,6) \text{ cm}$ soit **28,8 cm**

Enfin le cageot « plein à ras bord » en ne décomptant que le fond : donc 29,4 cm de hauteur.

Le volume **extérieur** s'écrit simplement $50 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} = 45\,000 \text{ cm}^3$

Le volume **intérieur** à « ras bord » vaut $48,8 \text{ cm} \times 28,8 \text{ cm} \times 29,4 \text{ cm} = 41\,319,936 \text{ cm}^3$

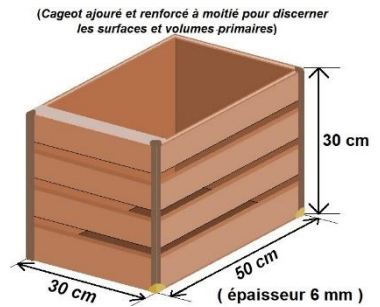
Sans jour entre les planches, le volume de bois résultant est la différence des deux volumes, soit ainsi un volume de bois non ajouré de 3 680,064 cm³

Avant de simplifier le résultat, vérifions que nous le retrouvons exactement par la 2^{ème} méthode des panneaux assemblés, où nous décomposons en : $(L \times l) \times e + 2L \times (h - e) \times e + 2(l - 2e) \times (h - e) \times e$ (autrement dit : le fond + 2 panneaux latéraux + devant/derrière)

Et nous retrouvons : $900 \text{ cm}^3 + 1\,764 \text{ cm}^3 + 1\,016 \text{ cm}^3 = 3\,680,064 \text{ cm}^3$

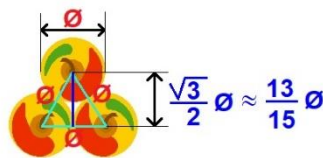
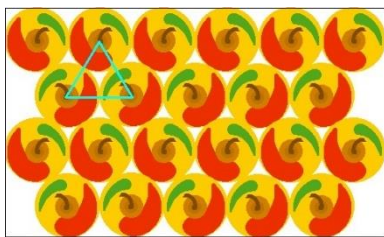
«ajouré de 20% et renforcé de 5%» → volume multiplié par $(1 - 20\%) \times (1 + 5\%)$

→ **volume équivalent de bois** de $3\,680 \text{ cm}^3 \times (0,8 \times 1,05 = 0,84) = 3091,2 \text{ cm}^3$ arrondi à **3,09 ℓ**. Densité du bois 0,80 → **masse du cageot** (vide !) : $3,09 \text{ ℓ} \times 0,8 \text{ kg/ℓ} = 2,47 \text{ kg} \approx 2,5 \text{ kg}$



➤ **Remplissage du Cageot**

Il va sans dire que le remplissage le plus basique est d'aligner les rangées de pommes les unes au-dessus des autres, ce qui nous fait compte-tenu de la Longueur disponible et du diamètre moyen des pommes (48,8 cm et 8 cm respectivement) des rangées de 6 pommes ($6 \times 8 \text{ cm} = 48 \text{ cm}$) mais seulement 3 rangées de 6 pommes en largeur dans ce cas, puisque $4 \times 8 \text{ cm} = 32 \text{ cm}$ excède **28,8 cm**.



Astuce : disposer alternativement des rangées de 6 et 5 qui ménagent des espaces en partie comblés par les « pseudo-sphères » jointives :

Les pommes forment trois à trois des triangles équilatéraux dont les propriétés mathématiques déterminent des intervalles en largeur réduits à $\approx 13/15^e$ du diamètre \varnothing !

Ainsi, nous n'additionnons plus que $(1/2 + 3 \times 13/15 + 1/2)\varnothing = (1 + 13/5)\varnothing = 18/5 \varnothing = 28,8 \text{ cm}$! **Miracle !**

C'est ainsi que nous rangeons $2(6+5)$ soit **22 pommes** au lieu de $3 \times 6 = 18$, sur une couche (en hauteur)

Théoriquement, nous pourrions de même empiler 4 couches en hauteur, mais afin d'être plus réalistes (puisque les pommes en vrac perdent plus de place), 3 couches bien rangées équivalentes en hauteur nous donnent finalement un total de 66 pommes « étalon » dont la masse est de $66 \text{ p} \times 2 \text{ kg} / 9 \text{ p} = 44/3 \text{ kg} \approx 14,67 \text{ kg}$... On mettra donc **15 kg de pommes** dans notre cageot qui fera en tout $(15 + 2,5) \text{ kg} = 17,5 \text{ kg}$ (Les marchands de pommes nous confirment porter dans les 20 kg avec des cageots un peu plus grands)

4. Des balles de foin pressé bien dimensionnées

Les balles sortent sous forme parallépipédique (étymologiquement « aux surfaces planes parallèles) aux dimensions calibrées en « » (« pouces ») : nous connaissons déjà la section de $14'' \times 18''$; il nous reste à fixer la longueur L toujours exprimée en « » de façon à obtenir un volume de masse proche de 30 kg.

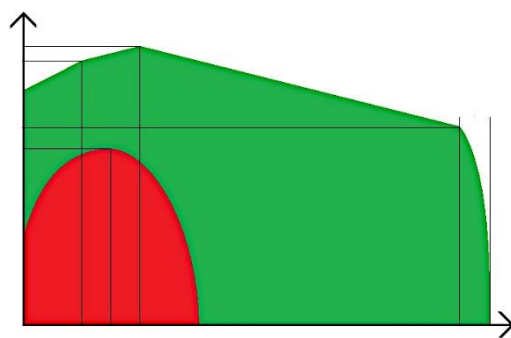
Le problème se résume ainsi : $14 \times 18 \times L \text{ (pouces cubes convertis en litres)} \times 175 \text{ kg/m}^3 (= 1000 \text{ ℓ}) = 30 \text{ kg}$

En posant la chaîne d'unités multipliées les unes à la suite des autres (toujours le même principe) puis en simplifiant progressivement les membres de la fraction obtenue...

$$\begin{aligned}
 & 14 \times 18 \times L \times \frac{\text{pouces}^3}{\text{cm}^3} \times \frac{\text{cm}^3}{\text{ℓ}} \times \frac{\text{ℓ}}{\text{m}^3} \times \frac{175 \text{ kg}}{\text{m}^3} = 30 \text{ kg} \\
 \Rightarrow & 14 \times 18 \times L \times \frac{1229}{75} \times \frac{1}{1000} \times \frac{1}{1000} \times 175 \text{ kg} = 30 \text{ kg} \\
 \Rightarrow & L \times 14 \times 18 \times \frac{1229}{75} \times \frac{1}{1000} \times \frac{1}{1000} \times 175 \text{ kg} = 30 \text{ kg} \\
 \Rightarrow & L \times \frac{2 \times 7 \times 3 \times 3 \times 2 \times 1229 \times 25 \times 7}{25 \times 3 \times 1000 \times 1000} = 3 \times 10 \\
 \Rightarrow & L \times \frac{2 \times 7 \times 3 \times 3 \times 2 \times 1229 \times 25 \times 7}{25 \times 3 \times 1000 \times 1000} = 3 \times 10 \\
 \Rightarrow & L \times \frac{196 \times 1229}{1000 \times 1000} = 3 \times 10 \Rightarrow L = \frac{10\,000\,000}{196 \times 1229} \approx \frac{10\,000\,000}{200 \times 1200} = \frac{500}{12}
 \end{aligned}$$

Nous voyons la progression du calcul de fractions qui aboutit à l'expression finale de la **Longueur en pouces**, et la simplification finale basée sur $A \times B \approx A(1 + \epsilon) \times B(1 - \epsilon)$ d'où le $500/12 (\approx 41,67)$ qui tend vers **L = 42''** ($\approx 1,07 \text{ m}$)
La balle a des dimensions harmonieuses puisque L vaut trois fois la hauteur de 14"

On vérifiera à la suite que la masse obtenue de 30,35 kg environ est très proche des 30 kg souhaités.



Les Labouret économes

Cerner les dépenses et recettes pour établir son budget

Il est bon, lorsqu'on établit son budget, de ne pas être présomptueux et d'adopter tout le long une certaine prudence, afin de compenser, le cas échéant, un petit excès d'optimisme où un imprévu par une marge de prudence ailleurs : cela permet de retomber sur ses pieds en fin d'année !

1. La vente des pommes et boissons

➤ Vente sur les marchés :

- À raison de 3 kg de pommes vendues par minute – sur 3 heures équivalentes pleines sur une matinée – de petit marché et 75% de plus (à deux vendeurs) sur le grand marché, on écrit pour le calcul : $3 \text{ kg/min} \times 60 \text{ min/h} \times 3 \text{ h/matinée} \times (2 + «1+75\%») \text{ mat/semaine} = 540 \text{ kg} \times 3,75 \text{ /sem.} = \mathbf{2025 \text{ kg/sem.}}$ qu'on arrondit donc à 2 tonnes/bonne semaine ; sur 36 semaines : $2 \text{ t/sem.} \times «2/3» \times 36 \text{ sem.} = \mathbf{48 \text{ t/an}}$ et $1 \text{ l/5kg} \times 48 \text{ 000 kg} = \mathbf{9 \text{ 600 l}}$ de jus ou cidre vendus sur les marchés/an... en théorie.
- En pratique : $(45 \text{ 000 kg de p.} + 9 \text{ 000 l de jus/cidre}) \times 2\text{€/(kg ou l)} = 54 \text{ 000} \times 2\text{€} = \mathbf{108 \text{ 000 €}}$ de recettes sur les marchés

➤ Vente auprès de la Cantine du Collège et des restaurateurs à Papouille-le-Ptiot :

- Vérification préalable : $30 \text{ semaines/an} \times 4 \text{ j/sem avec pommes} \times 225 \text{ élèves} = 27 \text{ 000 pommes servies}$ $\times 2 \text{ kg/9p} = 6 \text{ 000 kg}$ achetés par la Cantine : un total de 2 000 kg vendus donc par les Labouret ne dépasse pas une prévision raisonnable d'un tiers de la demande (et moitié supplémentaire aux restos).
- $(3 \text{ 000 kg et } 1 \text{ 000 l}) \text{ restants} \times 1\text{€50 / (kg ou l)} « \text{ au prix de gros } » = \mathbf{6 \text{ 000 €}}$

➤ Recettes (vente des pommes et dérivés) : $(108 \text{ 000} + 6000 \text{ €})/\text{an} = \mathbf{114 \text{ 000 €/an}}$ (soit 9 500 €/mois)

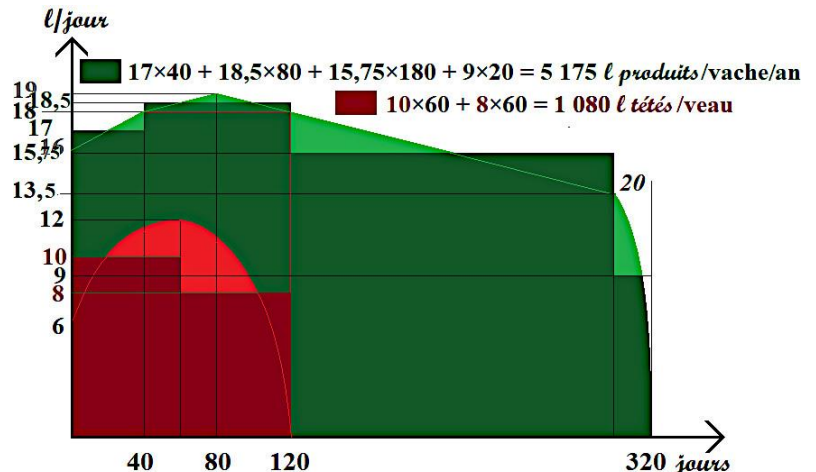
2. Production et commercialisation de fromages ; œufs et miel sur les marchés et

➤ Production laitière annuelle exploitable :

Calculer le nombre de litres revient à calculer les surfaces respectives à additionner ou retrancher :

Chaque surface est découpée en rectangles équivalents d'après la hauteur moyenne obtenue sur chaque période :

40 1^{ers} jours : 17 l ($\frac{1}{2} \times (16+18) \text{ l}$)
40 → 120 jours : $18,5 \text{ l}$ ($\frac{1}{2} \times (18+19) \text{ l}$)
120 → 300 jours : $(\frac{1}{2} \times (18+13,5) \text{ l}) = 15,75 \text{ l}$
300 → 320 jours : $(\frac{2}{3} \times 13,5 \text{ l}) = 9 \text{ l}$
60 1^{ers} jours : 10 l ($6 + \frac{2}{3} \times (12-6)) \text{ l}$
60 → 120 jours : 8 l ($\frac{2}{3} \times 12 \text{ l}$)



- ##### ➤ Production fromagère et crémère : $5175 \text{ l} - 1080 \text{ l} = 4095 \text{ l}$. Il est récupéré par vache environ 4100 l /an soit 8 200 l pour deux vaches qui ont vêlé dans l'année. Sur cette production sont autoconsommés : $52 \times 15 \text{ l}$ soit environ 800 l par an pour la famille et amis

Il reste donc de disponible 7 400 l pour la production dont 200 l de lait et crème en direct pour 200 €/an. 7200 l de lait donnent enfin 7 200 fromages de 250 g vendus 2€ pièce soit 14 400 €/an de fromages

- ##### ➤ Vente d'œufs : 50 poules pondent en moyenne 6 œufs chacune par semaine, soit une boîte de 6 œufs vendue 2 €. 90% de cette production est vendue : $90\% \times 50 \text{ b/s} \times 2\text{€/b} \times 52 \text{ s/an} \text{ €} = 4680 \text{ €} \approx \mathbf{4600 \text{ €/an}}$
- ##### ➤ Vente de Miel : 20 ruchers produisant 20 kg de miel dont les $\frac{3}{4}$ seront vendus en moyenne 10 €/kg Soit une vente de $15 \times 20 \text{ kg} \times 10 \text{ €/kg} = \mathbf{3 \text{ 000 €/an}}$
- ##### ➤ Vente de 2 veaux/génisses presque tous les ans : 800 €/an.

Total : 23 000 €/an pour la production fromagère et fermière

3. Dépenses dédiées aux machines agricoles et aux engrais/semences/chauffage des bâtiments

- ##### ➤ Les tracteurs : un tracteur neuf coûte au minimum 25 000 € ; donc 50 000 € pour en disposer d'un bon, suffisamment costaud. Revendu 40% du neuf au bout de 5 ans, l'investissement vaut 60% de 50 000 €, soit 30 000 € sur 5 ans $\equiv 6 \text{ 000 €/an}$, plus 4000 €/an d'entretien et assurance et en carburant, il faut compter $300 \text{ h/an} \times 10 \text{ l/h} \times 0,6 \text{ €/l}$ soit 1 800 €/an arrondis à 2 000 €. Total pour ce tracteur : 12 000 €/an. C'est donc cette somme de 12 000 €/an qui va constituer l'unité de dépense des machines agricoles. Le tracteur d'appoint entraîne 50% de dépenses annuelles en plus : Total pour les tracteurs ; 18 000 €/an

➤ **Les machines auxiliaires de travaux :**

Les différentes machines sans être trop volumineuses nécessitent tout autant des soins, et même limitées en nombre dans la mesure du possible, cela nécessite un budget annuel qu'il est prudent de considérer à hauteur du double de celui du tracteur principal : soit **24 000 €/an**, d'autant plus qu'on y a inclus la location pour 2 jours d'utilisation de la moissonneuse-batteuse sur le champ d'avoine.

Or Les Labouret font appel à leurs chevaux et bœufs pour effectuer certaines tâches pour lesquelles on peut prendre son temps, ce budget est réduit d'une « demi-unité tracteur » et se limite donc à **18 000 €/an**.

L'ensemble des outils et l'atelier ainsi que le pressoir pour pommes et cageots s'entretiennent également, voire se remplacent : 50% → **6 000 €/an** (qui incluent les quelques dépenses de conditionnement du miel).

➤ **Dépenses annexes en énergie de chauffage des bâtiments et différents « entrants » agricoles :** il suffit de multiplier par 12 le montant annuel pour obtenir $12 \times 1500 \text{ €} =$ **18 000 €/an**

Total : 60 000 €/an pour le parc de machines/outils agricoles et les dépenses de fonctionnement

4. **Dépenses liées à la récolte et vente des pommes et produits sur les marchés**

➤ **La récolte des pommes :**

Une base mensuelle de 1700 € bruts majorée de 50% pour englober suffisamment les « heures sup » revient à un montant brut de **30 600 € / an** ; en 44 semaines travaillées donne $\approx 700 \text{ € brut /sem. de travail}$. 2/9^{èmes} de charges patronales sont rajoutés dans cette gamme de salaires : soit **900 €/sem. C.P. incluses**.

6 ouvriers sont nécessaires sur 2 semaines, il faut donc payer $12 \text{ sem.} \times 900 \text{ €/sem.} =$ **10 800 €**

(On a compté la « valeur » des paniers-repas distribués : $6 \text{ pan.} \times 6 \text{ j/s} \times 2 \text{ sem.} \times 5 \text{ €/pan.} = 360 \text{ €} \approx$ **400 €**.)

100 €/semaine d'assurance supplémentaire : **200 €**. **Total pour les pommes 11 400 €**

➤ **Les taxes de Marché :**

Les petits marchés demandent une redevance mensuelle de 250 €/mois pour 1 jour de semaine : c'est le cas en semaine à **Gratouille-les-Choux** et à **Chatouille-aux-Bœufs** : 500 € par mois donc.

Comme le stand installé à **Papouille-le-Ptiot** est deux fois plus grand, il est demandé le double : 500 €/mois

Au total : cela fait $1\,000 \text{ €/mois} \times 8 \text{ mois/an (le 9^{ème} offert)} =$ **8 000 €/an**

➤ **Les frais de transport professionnel : 6 000 €/an**

Total : 25 400 €/an pour le parc de machines/outils agricoles et les dépenses de fonctionnement

5. **Impôts/Taxes et subventions :** Il nous est expliqué qu'ils viennent se compenser les uns les autres

On peut fixer un ordre de grandeur de **3000 € de part et d'autre**

6. **Bilan et budget disponible pour les dépenses des ménages Labouret**

Ces dépenses et recettes peuvent être réunies au sein du petit tableau ci-contre

Nous voyons qu'il se dégage un bénéfice annuel (**encore heureux !**) que nous pouvons ramener à un budget mensuel : Ici, c'est de **4 300 €** environ dont disposent par mois les Labouret grâce à leur seule ferme

Pour information, il nous est dit que la compagne du frère Labouret travaille à temps partiel pour la commune et gagne **1 200 € net/mois (80% de 1500 €)**

Postes	Dépenses	Recettes
Pommes		114 000 €
Fromages...		23 000 €
Machines...	60 000 €	
Marchés	25 400 €	
Impôts/subventions	3 000 €	3 000 €
Partiels	88 400 €	140 000 €
Bénéfice/an	51 600 €	
.../mois	4 300 €	

Cela fait pour les deux ménages **5 500 € par mois** à dépenser et afin de se faire une plus juste idée, ramenons ce budget à celui par unité économique :

Nombre d'unités pour le ménage d'Anselme : $1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = 2,5$ unités

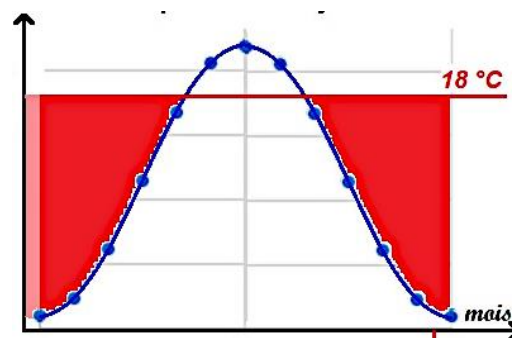
Nombre d'unités pour celui de son frère : $1 + \frac{2}{3} \approx 1,67$ unités

Par conséquent pour les 2 ménages, cela fait actuellement l'équivalent de $5\,500 \text{ €} / 4,17 \approx 1\,320 \text{ €/mois}$ pour un adulte seul, ce qui n'est pas si mal...

Cependant, le second ménage se dispose lui aussi, à son tour à accueillir 2 enfants... Aussi, à terme la future épouse envisage de travailler à demeure et créer des chambres d'hôtes et activités de loisir à la ferme (mais sans extravagance ou folie !)

Le temps que l'activité se développe, on ne pourra escompter d'enregistrer au mieux un bénéfice mensuel de **1 500 €** Aussi, avec 2 bouches de plus à nourrir, le budget équivalent deviendrait **5 750 € / 5 u. soit 1 150 € / « adulte »**

Chez les Labouret, on ne s'en fait pas, car on pratique une certaine « sobriété heureuse » !)



En retenant prudemment le plus grand des DJU, à savoir 2578 °C x jours, que nous multiplions à 125 W/°C, nous obtenons alors $322\,250\text{ W/°C} \times \text{°C} \times \text{jours} \times 24\text{h} = 7\,734\,000\text{ Wxh}$ ou **7 734 kWh de chauffage/an**

2. Chiffrage du surdimensionnement nécessaire du solaire et/ou éolien pour une complète autonomie

- Solaire** : L'énoncé a montré comment **1 kW** maxi de puissance produite ne donne que **1000 kWh/an** d'énergie à l'année ; poursuivons la démonstration du décalage des besoins et de l'offre...

Consultons notre **Calendrier des Postes** ☺, et constatons que la **durée moyenne des journées** sur 6 mois, **centrée autour des solstices**, est plus courte d'un tiers en **hiver** qu'en **été** (9,8 h contre 14,6h) ; de même, la nébulosité est également plus forte d'environ un tiers (**soit 1/4 de Soleil en moins**)... **Résultat : $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$**
Cet écart s'accroît encore en constatant que le rendement des panneaux solaires est plus faible en hiver qu'en été, et ainsi 1000 kWh produits se répartiront en **300 kWh** sur 6 mois d'«**hiver**» et **700 kWh** ensuite.

Or, sur une même période les besoins s'inversent : sur 1000 kWh d'électricité consommés par an, 600 le sont en hiver et sur 1000 kWh/an de chauffage, les besoins hivernaux sont d'au moins 900 kWh. **Il faut donc multiplier par deux ou trois l'offre** dans chaque cas de 300 kWh sur la même période d'hiver.

Nous nous trouverions du coup **avec un excès de production** sur la période des 6 mois d'«été» (toujours en prenant la base de 1000 kWh annuels consommés, en électricité ou en chauffage) qui donnerait alors : $2 \times 700 - 400 = 1000\text{ kWh}$ d'électricité en trop et jusqu'à $3 \times 700 - 100 = 2000\text{ kWh}$ de chauffage perdu !

- Éolien** : Le graphique (**voir énoncé**) qui montre les faibles parts d'énergie par rapport aux 100% théoriques nous fait comprendre comment une **éolienne** ne produit que 20% en moyenne de sa capacité maximale ; d'où 5 fois plus de puissance installée que nécessaire, mais là aussi, **pour combler le déficit en vent de certaines périodes plus ou moins prolongées**, il faudrait **doubler** au bas mot la **puissance installée**...
- Couplage de l'Éolien et Solaire** assorti d'un stockage/déstockage massif et d'une redistribution permanente

Pour pouvoir réduire le surdimensionnement, il faut multiplier les « **vases communicants** » non seulement **dans le temps** entre l'été et l'hiver mais également **géographiquement**.

Il faut donc recourir à un **stockage massif** durant 6 mois bénéfiques pour les réinjecter en hiver, mais aussi **coupler localement le Solaire et l'Éolien** (pour espérer combler les jours sombres par plus de vent ou les jours calmes par plus de soleil...) en plus d'**étendre les capacités du réseau** de tout un **pays**, voire tout un **continent** (et là, vous comprenez que cela n'a **plus rien à voir avec une auto-suffisance individuelle**, Non ?) à pouvoir non seulement **distribuer selon les besoins** mais aussi **recevoir selon les excès de production**.

Quant aux opérations cumulées de **stockage-déstockage**, ne pas oublier (**selon les lois de la Physique**) que les **pertes** également s'accumulent : dans un aller-retour complet, un tiers au moins d'énergie est perdu, en faisant **appel à l'Hydrogène** pour la conversion d'énergie dans les deux sens (**Electrolyse et son inversion**)

Pourquoi l'Hydrogène ? Car **la Mer suffit (!)**, sinon, si tous les pays se mettent à ne jurer que par les **batteries électriques** qui nécessitent **Lithium et autres métaux rares**, **il nous faudrait au moins 50 Terre !**

Moralité : si vous voulez être **auto-suffisant en énergie**, **commencez par pratiquer la sobriété en tout !...**

Les Labouret donc **décident de couper la poire en deux en prenant 6m² au lieu de 4m² – mais non pas 10 – de panneaux solaires** et compléter par l'électricité du réseau pour avoir de l'eau chaude l'hiver.

3. Énergie consommée et dépenses par les Labouret pour leur chauffage et eau chaude + électricité

- Masse de bois sec** contenue dans un Stère : $\frac{2}{3} \times (1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}) \times 900\text{ kg} = 5 \times 900\text{ kg} / 9$ soit **500 kg**
- Coût du kWh de bois brûlé** : $100\text{ €} / (500\text{ kg} \times 4\text{ kWh/kg}) = 100\text{ €} / 2000\text{ kWh} = \mathbf{0,05\text{ €/kWh}}$ (< 0,06 à 0,08)
- **L'énergie à fournir** part de l'énergie précédemment calculée de 7 734 kWh divisée par le rendement de 88% soit brûler $7\,734\text{ kWh} / 0,88 = 8788,63...$ **arrondie à 8 800 kWh** (forcément plus d'énergie qu'utilisée)
Cela ferait $0,05\text{ €/kWh} \times 8800\text{ kWh}$ soit 440 € de dépenses en bois de chauffage.

Mais à terme, les Labouret prévoient d'accueillir des locataires en cours d'année (**plutôt aux beaux jours !**), et la **dépense** qui d'ailleurs doit prévoir environ 400 €/an d'entretien/révision **s'allongerait un peu...**

Voici une **estimation complète** (**l'auteur a cogité !**) des consommations et dépenses à travers ce tableau :

				avec locataires / électrique		équivalent à :	
Rendement des chaudières Bois :	88%	Conso annuelle chauffage avec marge :	8 800 kWh	9 400 kWh	300 kWh	800 kWh	Énergie Primaire 9 900 kWh EP
6 m² de panneaux solaires thermiques mais recours à l'élec.		Eau chaude sanitaire :	3 600 kWh	4 200 kWh	1 200 kWh	3 100 kWh	Énergie Primaire 3 100 kWh EP
pour combler 1000 kWh hiver + 200 , puis Excès de 2300 kWh				12 400 kWh	13 600 kWh	13 000 kWh	
Surfaces disponibles intérieures						chauffage : 900 €/an 138 €/an/uE	
Occupation pondérée						sur l'année ≈ (5+1,5) unités éco équivalentes	
Rchaussée	17,2 m	9,2 m	2,75 m	154 m²	100%	154 m²	
1er étage	16,2 m	7,45 m		117 m²	66%	77 m²	
Sous-Sol 80% utilisé	17,2 m	9,2 m	2,5 m	123 m²	33%	41 m²	
Surface pondérée				272 m²	50,0 kWh/m²	(rappel du Label Effinergie / BBC régional : 45,5 à 65 kWh EP/m²)	
Electricité (Eclairage/Electroménager,etc...)				3 600 kWh	4 300 kWh	5 800 kWh	1 167 €/an 179 €/an/uE

Comme ça, vous pourrez vous amuser vous-même et deviendrez incollables en économies d'énergie !)



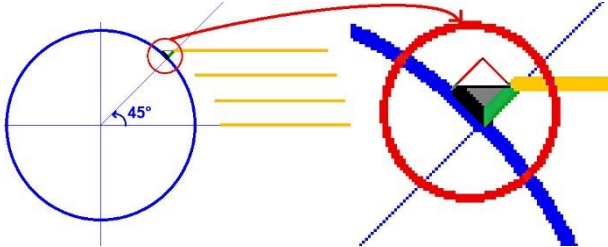
Mais où est passé Dada ?

Si ce n'est au flair, orientons-nous à la carte, aux indices ou au soleil...



Tiens donc ! Nous avons changé de lieu et nous voici de retour à la Gare de **Gratouille-les-Choux...** Pendant que Rosalie fait la sieste devant le petit cabanon, le chef de gare Marcel Potiron s'apprête à accueillir un visiteur : « le père Louis » arrivé avec une remorque particulière ! *Mais répondons d'abord aux questions...*

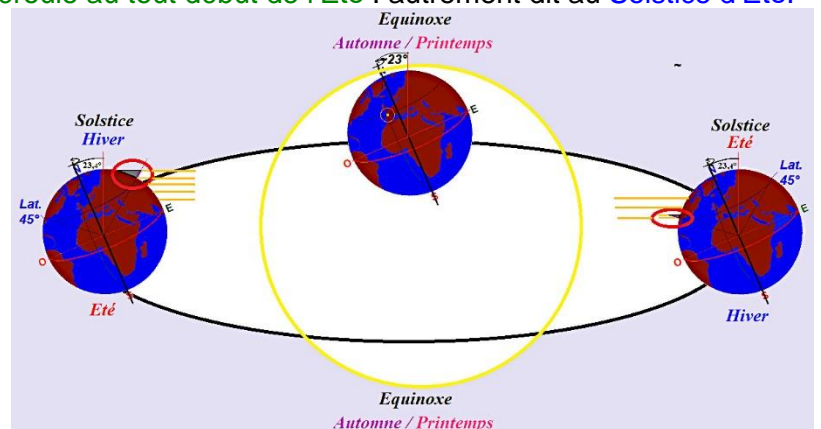
- Au chapitre 7, nous étions pour ainsi dire à l'**Équinoxe du Printemps**. « **Équinoxe** » comprend la racine « **Équi** » qui veut dire « égal » : durée de nuit et durée de jour sont égales (12h donc) ; cela se reproduit six mois plus tard à l'**Équinoxe d'Automne**, à la fin de l'Été.



Ces jours-là, les ombres au sol sont révélatrices de la **Latitude du lieu** (angle de celui-ci avec l'**Équateur** jusqu'à atteindre 90° aux **pôles Nord ou Sud**) : au midi solaire, l'ombre d'un poteau vertical sera nulle à l'équateur et de même longueur que la hauteur (du poteau) planté en un lieu situé à 45° de **Latitude** – exemple au centre de la France – puisque 45° – moitié de 90° – est la **diagonale d'un carré** (qui a des côtés égaux d'où : longueur = hauteur)

- La « **mésaventure des enfants Labouret** se déroule au tout début de l'Été : autrement dit au **Solstice d'Été**.

Vers le 21 Juin (ça sent les vacances !), les ombres au sol sont les plus courtes au midi solaire... Six mois plus tard, au **Solstice d'Hiver**, les ombres au sol seront les plus longues... Et c'est l'inverse, à l'opposé dans l'hémisphère Sud... Voici ce second schéma pour comprendre que **les saisons sont dues à l'inclinaison constante de l'axe de la Terre (≈23°) sur son orbite**, en révolution annuelle autour du Soleil (Les tailles de la Terre et de la sphère solaire sont exagérées afin de mieux voir les ombres sur la Terre, très courtes en Été...)



- Donc où habitent les enfants, quand il est Midi, le Soleil est au Sud et les ombres pointent vers le Nord ; ils se dirigent donc **vers le Sud** en contournant la maison, **vers les parcelles de pommiers et champ d'Avoine**
- Puis, à l'opposé, ils remontent au Nord vers les prairies où paissent les vaches. La mère et son veau ont vu passer **Dada** – disons vers les 11 h (entre 8h et 14h) – dans la direction des ombres à ce moment-là...
- **Donc vers le Nord-Ouest** du domaine puisqu'à ce moment, le Soleil se situait au Sud-Est...

- Les enfants appellent pour lui demander conseil Marcel Potiron, **le chef de Gare de Gratouille-les-Choux** à 10 km au Nord (**leur père** Anselme – en déplacement avec leur Oncle – **est son cousin**). Une ½ heure plus tard, ils enfournent leur vélo pour aller explorer les environs et c'est là que **le téléphone sonne ... Qui était-ce ? Marcel ? Pas forcément...**
- Les enfants privilégient de se diriger vers l'Ouest en sortant : ils dépassent le croisement avec la rue qui amène au centre du village, puis atteignent un second croisement qui permet **soit** de continuer à l'Ouest, **soit** de remonter vers le Nord pour atteindre la Gare de leur village de **Chatouille...**
- Rappel : *d'après le chapitre 6*, la largeur du domaine au niveau des prairies est de 300 m, on peut donc à vue de nez **estimer** qu'il y a **600 m** pour atteindre le pont sur la voie ferrée **depuis la sortie** de ce domaine.



- **D'après le plan de l'énoncé**, la route continue en passant à l'Ouest sous la voie ferrée **en direction de Gratouille-les-Choux** qui se trouve donc de l'autre côté par rapport à Chatouille...
- Quel **indice** ont-ils trouvé pour persévérer à passer sous le Pont ? Non mais franchement ! **Faut-il vous les entourer d'un cercle rouge ?...**

Donc nos gamins persévèrent jusqu'à l'enclos là-bas au bout, où se trouvent...

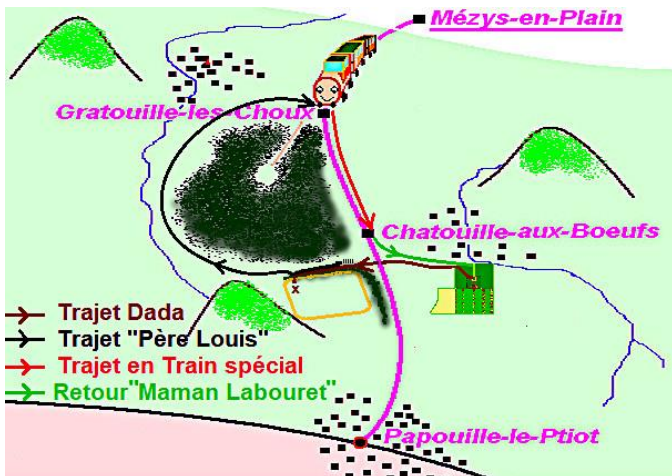
- T'as vu la Jument et son p'tit... Qu'il est craquant !
- Je rêve ! Que veut-elle nous dire en secouant ainsi la tête ?
- Bon, assez tardé, faudrait mieux rentrer à la maison...

Bien entendu, la suite de l'histoire restait ouverte à vos imaginations... Voici la mienne, illustrée comme il se doit !

Il s'avère que cet enclos et cette Jument appartiennent au « Père Louis » qui est passé par là avec un van il y a une ½ heure... Quelle ne fut pas sa surprise d'y voir folâtrer... **Dada** !



Eh bien oui, il le connaît bien puisqu'il l'a « emprunté » aux Labouret pour faire un p'tit à sa jument il y a quelque mois... Et **Dada**, ce matin s'est soudain pris d'une envie nostalgique d'aller retrouver **sa blonde** !



Le Père Louis n'arrivant à joindre personne au domaine, a alors pensé au cousin Marcel dont il sait pouvoir s'occuper de **Dada**, en l'absence des Labouret.

Aussitôt après l'avoir eu au téléphone (Marcel fidèle au poste !), il a pu lui amener ce « coquin de **Dada** » qu'il a su convaincre de monter dans son Van...

Et ça tombe bien, le convoi «exceptionnel» (voir énoncé) que préparait Marcel Potiron est un convoi de... bétail (!)

Ça va ? Vous suivez toujours ?...

Enfin « Maman Labouret », jointe sur son portable, fut priée de se hâter, après sa formation, pour aller récupérer « **le colis** ». En effet, Marcel, *très occupé ces temps-ci*, ne pourra pas héberger **Dada** dans son pré...

Le périple est ainsi résumé sur la carte de gauche...

Conclusion !



